

# **Непрерывный скелет бинарного растрового изображения**

## **The Continuous Skeleton of The Digital Binary Image**

Местецкий Леонид Моисеевич,  
Тверской государственный университет

Dr. Leonid M. Mestetskiy  
Tver State university, Tver, Russia

E-mail: [mest@kemar.msk.ru](mailto:mest@kemar.msk.ru)

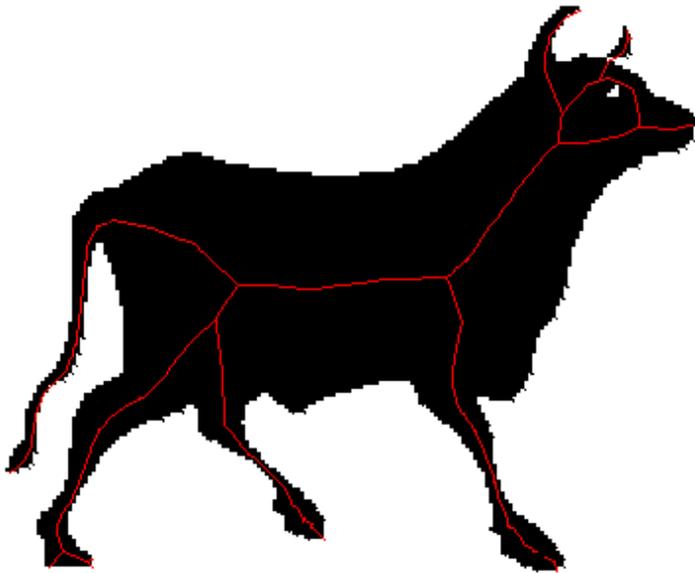
# 1. Бинарные растровые изображения Digital Binary Images (Binary Bitmaps)



*Аннотация*  
Рассматривается задача построения неупорядоченной матрицы для растрового бинарного изображения. Обсуждаются методы выбора размера матрицы, алгоритмы построения матрицы, алгоритмы построения матрицы с неупорядоченной матрицей (аннотация) и построения неупорядоченной матрицы неупорядоченной матрицы (аннотация). Обсуждаются вопросы и методы выбора размера матрицы для изображения произвольной сложности.

- *Бинарное растровое изображение* - матрица из черных и белых точек, в которой объект задается черными точками растра, а фон - белыми точками.
- The Binary Bitmap is the matrix consisting of black and white points (black objects at the white background)

## 2. Скелет бинарного растрового изображения Binary Bitmap's Skeleton



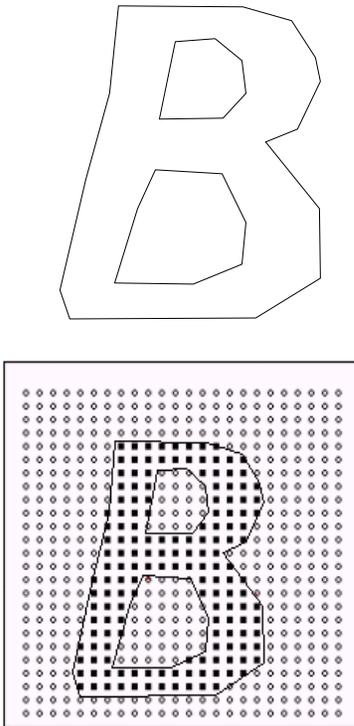
- Отсутствует математически корректное *определение*
- Отсутствуют универсальные эффективные *алгоритмы*
- The correct mathematical *definition* doesn't exist
- Correct and efficient *algorithms* don't exist

### 3. Предлагаемый подход к решению The proposed approach to the solution

- Определение *непрерывного* скелета для *дискретного* изображения.
- Аппроксимация растрового бинарного изображения *полигональной областью* с непрерывной границей (задача *оконтуривания*)
- Построение *непрерывного скелета* полигональной области (задача *скелетизации*)
  
- To define the *continuous* skeleton for the binary bitmap
- To approximate the binary bitmap by the *polygonal region* with the continuous boundary (the *contourization* problem)
- To compute the *continuous skeleton* for the polygonal region (the *skeletonization* problem)

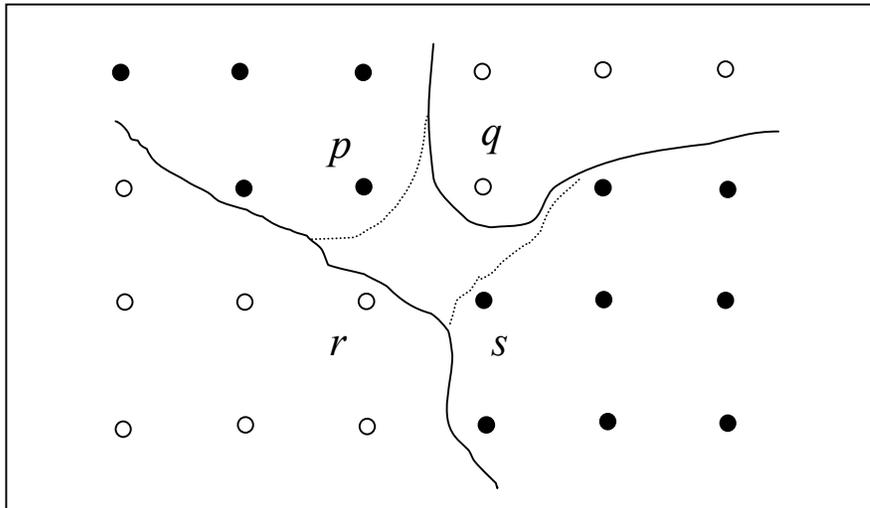
## 4. Аппроксимация полигональной областью

### The approximation by the polygonal region



- *Полигональной областью* называется ограниченная область, граница которой описывается конечным числом непересекающихся простых полигонов.
- Полигональная область *аппроксимирует* растровое бинарное изображение, если при наложении все черные точки растра не лежат вне области, а все белые точки растра не лежат внутри области.
- Существует *единственная* аппроксимирующая область, имеющая минимальный суммарный *периметр* граничных полигонов.
- *The polygonal region* is a region with the polygonal boundary
- The polygonal region *approximates* the binary bitmap if black bitmap's points don't belong to the region's exterior and white points don't belong to the region's interior
- The polygonal region with minimum perimeter *exists*

## 5. Смежность точек растра Adjacent points of the binary bitmap



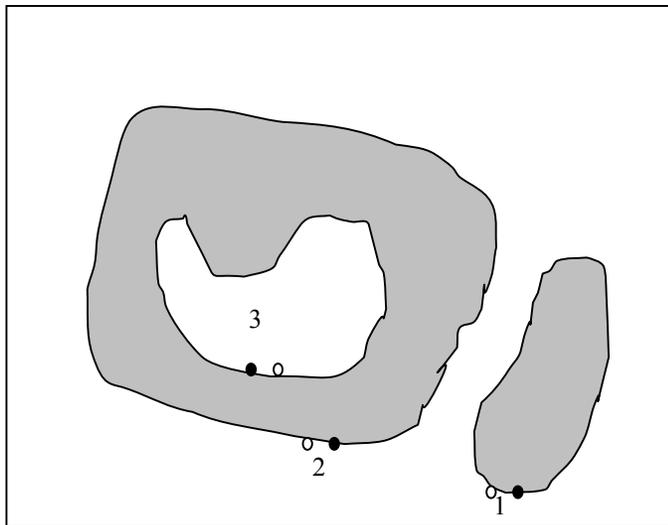
• Пары  $(p,q)$ ,  $(q,s)$ ,  $(s,r)$ ,  $(p,r)$ ,  $(p,s)$  - смежные, а пара  $(q,r)$  - несмежная.

Couples  $(p,q)$ ,  $(q,s)$ ,  $(s,r)$ ,  $(p,r)$ ,  $(p,s)$  are adjacent, but the couple  $(q,r)$  isn't adjacent.

- На множестве точек растра вводится “несимметричное” отношение смежности:
- для черной точки соседями являются все 8-смежные точки,
- для белой точки соседями являются все 4-смежные точки.
- Introduce the asymmetrical adjacent relation:
- The black point has 8-adjacent neighbors
- The white point has 4-adjacent neighbors

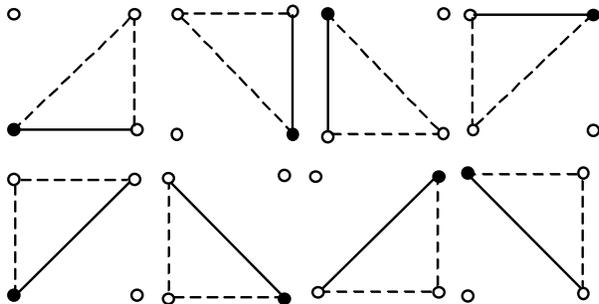
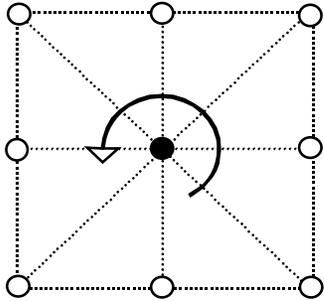
## 6. Поиск границы бинарного растрового изображения The search of the binary image's boundary

- Граничной точкой на растре называется точка, имеющая смежную точку другого цвета.
- Поиск границы - задача обнаружения одной пары смежных разноцветных точек для каждого граничного контура.
- Поиск граничных пар выполняется построчным сканированием изображения.



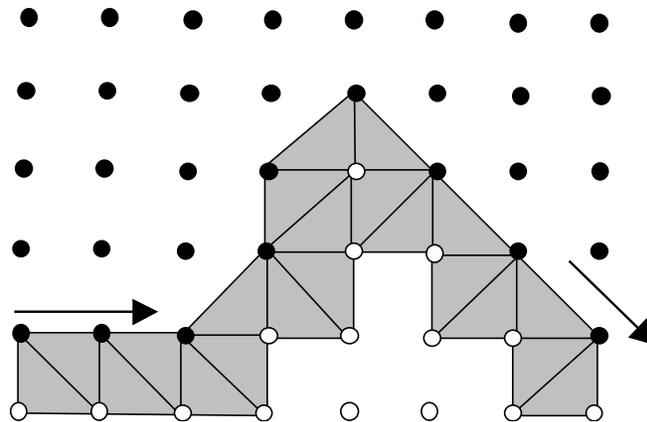
- The boundary point is a point having the adjacent point of another color
- The search boundary problem: find couples of different adjacent points for all contours
- The search of the boundary realizes by row scanning

## 7. Прослеживание границы изображения Bitmap's boundary tracing



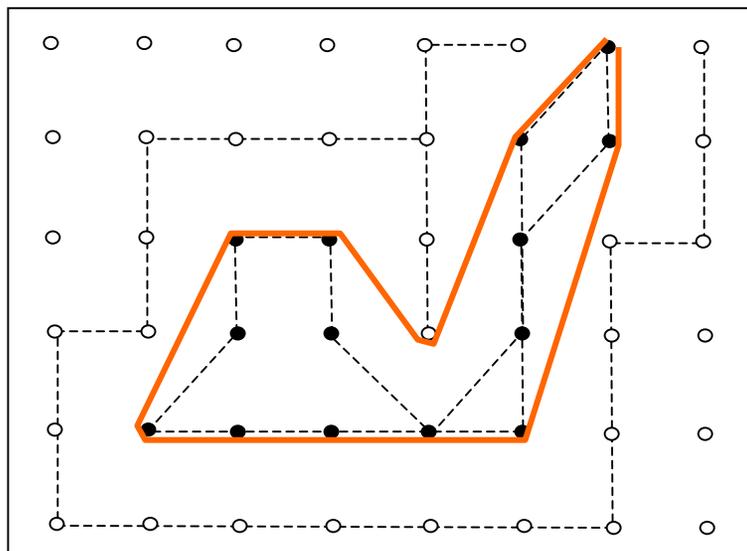
- Следящей парой называется текущая пара разноцветных смежных точек растра.
- Для следящей пары задается *направление перемещения* (прослеживания границы).
- Выбор *пробной точки* при различных положениях следящей пары:  
 $(p, q)$  - следящая пара (tracing couple),  
 $p = (p_x, p_y)$  - черная точка (black point),  
 $q = (q_x, q_y)$  - белая точки (white point),  
 $r = (r_x, r_y)$  - пробная точка (test point).  
 1)  $(p, q)$  - вертикальная или горизонтальная (vertical or horizontal)  
 $r_x = q_x + p_y - q_y$ ,  $r_y = q_y + q_x - p_x$ .  
 2)  $(p, q)$  - диагональная (diagonal)  
 $r_x = (p_x + q_x + p_y - q_y) / 2$ ,  $r_y = (p_y + q_y - p_x + q_x) / 2$ .

## 8. Граничный коридор растрового изображения The boundary corridor of the binary bitmap



- Перемещение следящей пары позволяет выделить все граничные точки, соответствующие одному граничному контуру.
- Процесс прослеживания завершается, когда следящая пара вернется в исходное положение.
- Граничный коридор образуется последовательностью положений треугольника, “перекатывающегося” вдоль границы.

## 9. Вытягивание границы внутри коридора Stretching of the boundary within the corridor

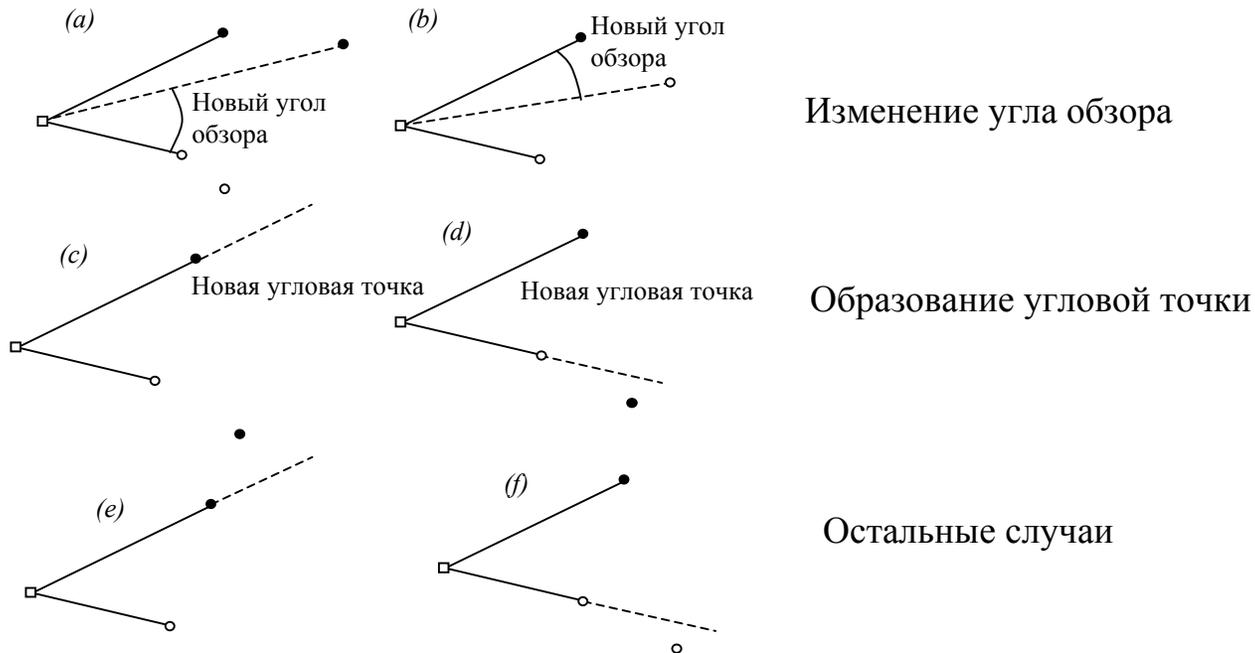


- Строится полигон минимального периметра, лежащий внутри коридора и разделяющий разноцветные стороны коридора.
- Вершины полигона минимального периметра содержатся среди множества граничных точек коридора (угловые точки).

# 10. Полигон минимального периметра

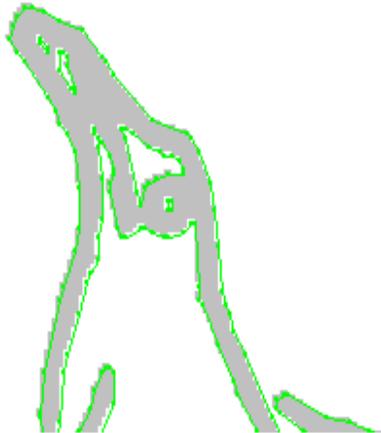
## Minimum perimeter polygon

- В начальном положении следящей пары вторая точка является угловой.
- Две последовательные угловые точки в полигоне минимального периметра должны соединяться отрезком прямой линии, целиком лежащим внутри коридора
- Очередная угловая точка лежит “в прямой видимости” от предыдущей внутри коридора



# 11. Примеры решения задачи оконтуривания

## Application of the contouring algorithm

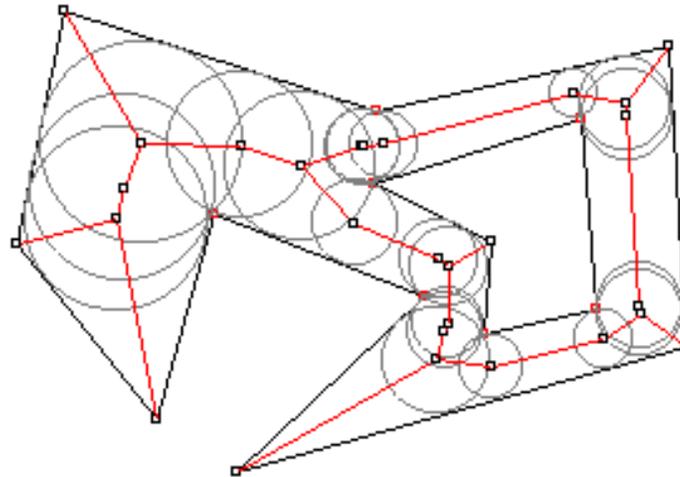


*Алгоритм*

*Рассматривается задача  
оконтуривания скелета для ра-  
бочего изображения. Тру-  
дностей в данной задаче*

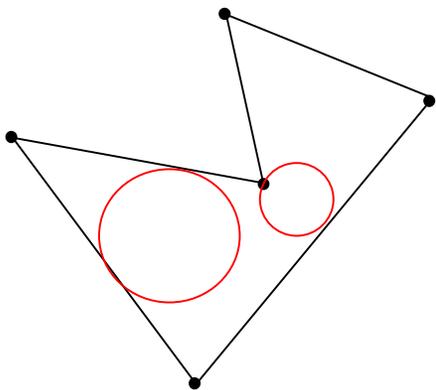
## 12. Скелет полигональной области The polygonal region's skeleton

- *Скелетом* полигональной области называется геометрическое место точек имеющих не менее двух ближайших точек на границе области.
- The skeleton is the set of points such that have at least two closest points at the region's boundary

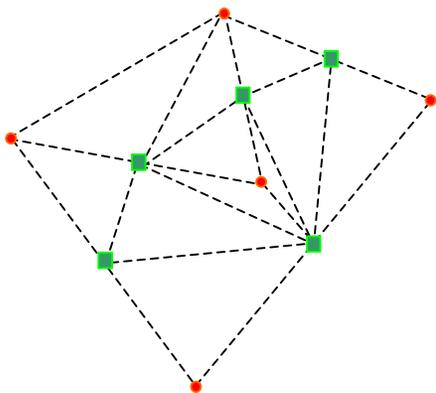


# 13. Множество сайтов и отношение смежности

## The set of sites and the neighborhood



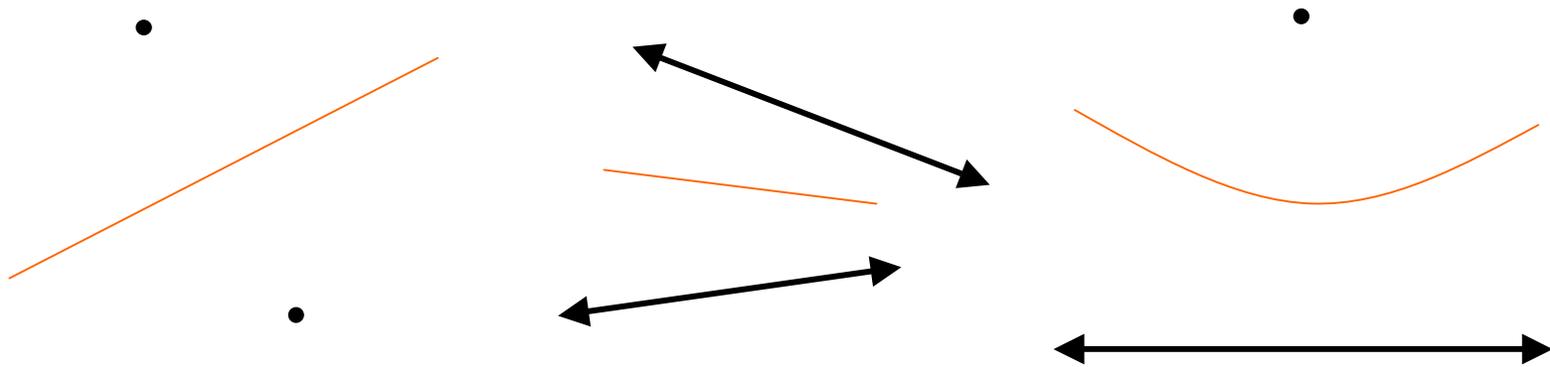
- *Сайтом* называется множество точек, состоящее либо из одной точки (*сайт-точка*), либо из внутренних точек отрезка прямой (*сайт-сегмент*).
- Два сайта называются *смежными*, если существует пустой круг, касающийся их обоих и не касающийся других сайтов в коллекции.
- Отношение смежности на множестве сайтов задает *граф смежности сайтов*, называемый *обобщенной триангуляцией Делоне*.



- The set of sites consists of polygon's vertex and open segments
- Two sites are adjacent if the clearance circle touches them and doesn't touch another sites
- The adjacent relation defines the neighborhood graph called generalized Delaunay triangulation

# 14. Связь скелета и обобщенной триангуляции Делоне

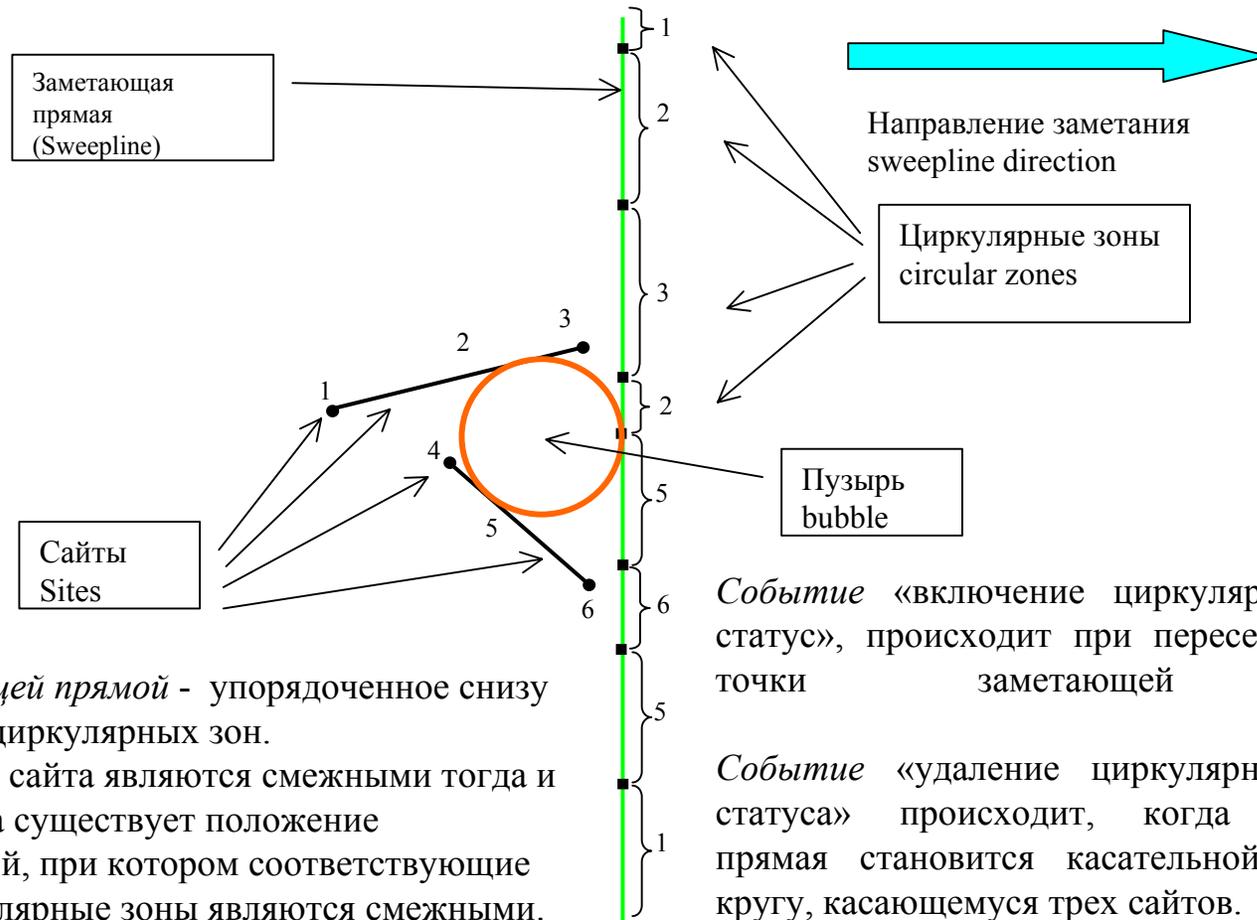
## The skeleton and generalized Delaunay triangulation



- Серединные оси неинцидентных пар смежных сайтов образуют скелет полигональной области.
- Вывод: для построения скелета полигональной области достаточно найти все пары смежных сайтов (обобщенную триангуляцию Делоне)
- Medial axes of adjacent sites forms the skeleton of the region
- The skeleton can be constructed using the generalized Delaunay triangulation

# 15. Построение обобщенной триангуляции Делоне методом плоского заметания

## Sweepline method for generalized Delaunay triangulation



Статус заметающей прямой - упорядоченное снизу вверх множество циркулярных зон.

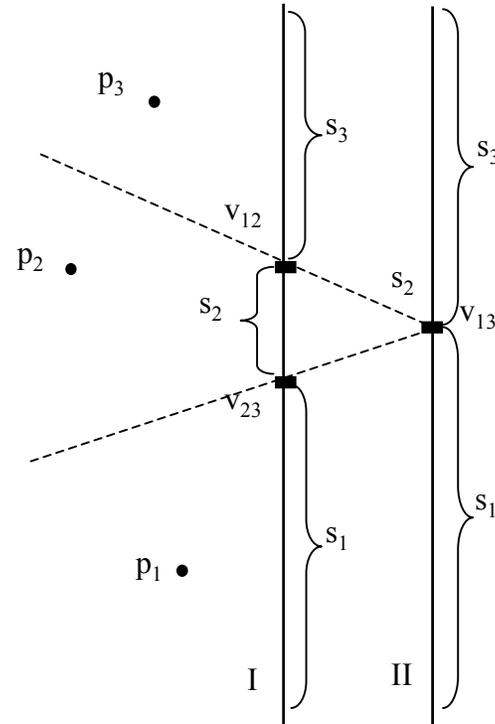
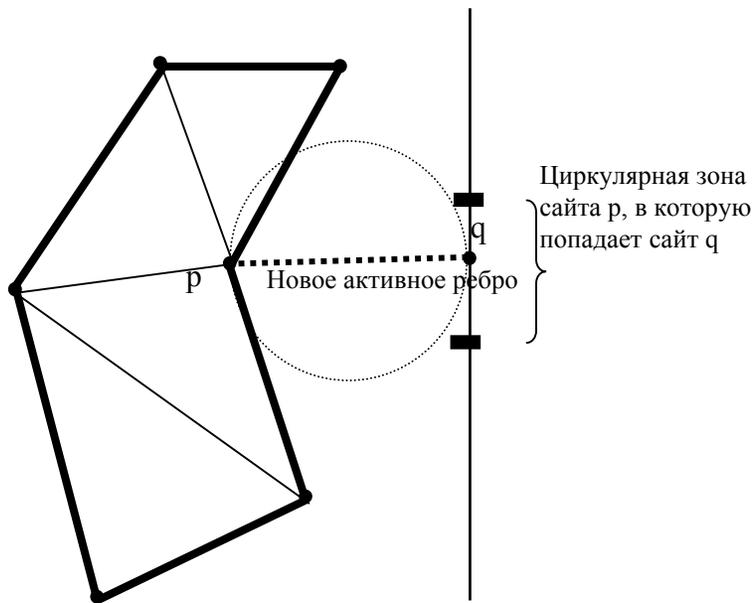
**Утверждение.** Два сайта являются смежными тогда и только тогда, когда существует положение заметающей прямой, при котором соответствующие этим сайтам циркулярные зоны являются смежными.

Событие «включение циркулярной зоны в статус», происходит при пересечении сайта-точки заметающей прямой.

Событие «удаление циркулярной зоны из статуса» происходит, когда заметающая прямая становится касательной к пустому кругу, касающемуся трех сайтов.

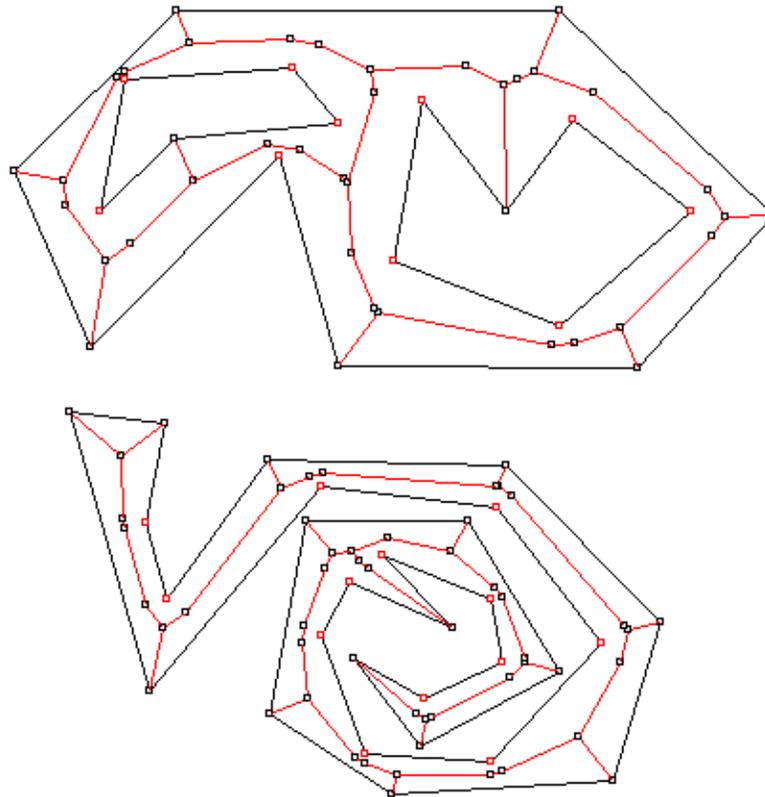
# 16. Изменение статуса заметающей линии The change of the sweepline's status

Контур активных ребер

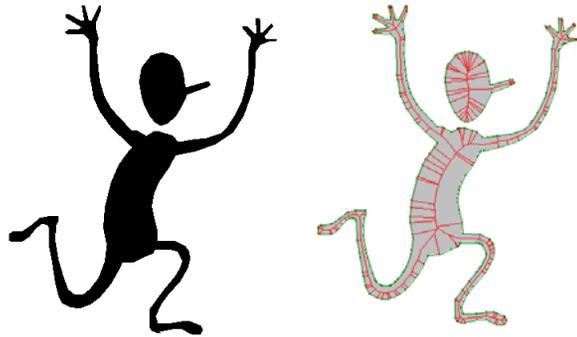


- Включение и исключение циркулярной зоны в статус с образованием новых пар смежных сайтов.
- Include and delete the circular zone to status and form of new adjacent sites

## 17. Примеры скелетизации полигональных областей Skeletons of polygonal regions (examples)



## 18. Примеры скелетизации растровых изображений Skeletons of binary bitmaps (examples)



Размер изображения - 461 x 450  
Полигонов - 2  
Вершин полигонов - 310  
Ребер скелета - 614  
Время оконтуривания - 0.11 сек  
Время скелетизации - 0.06 сек

***GraphiCon'98***

*GraphiCon'98*

Размер изображения - 700 x 176  
Полигонов - 22  
Вершин полигонов - 613  
Ребер скелета - 1199  
Время оконтуривания - 0.10 сек  
Время скелетизации - 0.17 сек