

# Применение методов обработки изображений в вычислительной газодинамике

Сергей Базаров  
МГУ им. М.В.Ломоносова  
Москва, Россия

## Аннотация

Рассматривается методика получения информации по цифровым изображениям, получаемым в результате численного моделирования. Показана ее эффективность для визуализации структуры течения.

**Ключевые слова:** обработка изображений, распознавание образов, вычислительная газодинамика.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Использование результатов математического моделирования, получаемых методами сквозного счета, требует формализованного выявления разрывов. Для локализации разрывов течения газа и определения их типов применяется дискриминантный метод распознавания. Вначале проводится выявление объектов, обладающих интересующими нас свойствами, а затем (по критерию минимума расстояния) объект классифицируется.

## 2. МОДЕЛЬ, ИСПОЛЬЗУЕМАЯ ПРИ ПОЛУЧЕНИИ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ

Рассматривается течение невязкого сжимаемого идеального нетеплопроводного газа. Описание такого течения проводится в переменных Эйлера. Используемые обозначения:  $t$  – время,  $x, y$  – декартовы координаты,  $u, v$  – компоненты вектора скорости по  $x$  и  $y$  соответственно,  $\rho$  – плотность,  $p$  – давление,  $e$  – удельная полная энергия,  $\gamma$  – показатель адиабаты газа. Численное моделирование проводилось по схеме С.К.Годунова [1], обладающей свойством монотонности.

## 3. ВЫДЕЛЕНИЕ РАЗРЫВОВ ТЕЧЕНИЯ

Приведем описание методики, следуя в основном работам [2,3]. Цель описываемого подхода состоит в автоматизации обработки результатов проведенного численного моделирования газодинамического течения для получения структуры его сильных разрывов.

Результат численного расчета – это набор массивов параметров (значений  $p, \rho, u, v, e$  на сетке из  $M_1 \times M_2$  точек), требующих дополнительного анализа. Рассмотрим функцию  $f(x_1, x_2)$ , соответствующую какому-либо параметру течения, например,  $f \equiv p$  (в качестве функции  $f$  можно брать и другой параметр, например

энергию или температуру). Трактую саму эту функцию как интенсивность изображения, а значения этой функции в каждой точке как элементы изображения (пиксели), в каждой точке  $(i, j)$  воспользуемся детектором перепадов [4] для окна изображения  $3 \times 3$ :

$$H_1 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{vmatrix}, H_2 = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix},$$

$$F = \begin{vmatrix} f_{i-1, j-1} & f_{i, j+1} & f_{i+1, j+1} \\ f_{i-1, j} & f_{i, j} & f_{i+1, j} \\ f_{i-1, j-1} & f_{i, j-1} & f_{i+1, j-1} \end{vmatrix},$$

и вычислим выражения – дискретные свертки данного окна изображения с масками  $H_1$  и  $H_2$  ( $\Delta x_1$  и  $\Delta x_2$  – шаги расчетной сетки по координатам  $x$  и  $y$  соответственно):

$$S_1 = H_1 * F = (f_{i-1, j+1} + 2f_{i, j+1} + f_{i+1, j+1}) - (f_{i-1, j-1} + 2f_{i, j-1} + f_{i+1, j-1}),$$

$$S_2 = (\Delta x_2 / \Delta x_1) H_2 * F = (\Delta x_2 / \Delta x_1) \times [(f_{i+1, j+1} + 2f_{i+1, j} + f_{i+1, j-1}) - (f_{i-1, j+1} + 2f_{i-1, j} + f_{i-1, j-1})],$$

тогда величина градиента  $g_{i, j}(f)$  функции  $f$  в точке  $(i, j)$ :  $g_{i, j} = \frac{1}{8\Delta x_2} \sqrt{S_1^2 + S_2^2}$ , а ориентация вектора градиента в центре ячейки  $(i, j)$ :  $\alpha_{i, j} = \arctan(S_1 / S_2)$ .

Вычислим среднее значение градиента по всему расчетному полю:  $T = \sum_{i, j} g_{i, j} / (M_1 \times M_2)$  и из

множества всех точек  $(i = 1, 2, \dots, M_1, j = 1, 2, \dots, M_2)$  выберем те, в которых  $g_{i, j} > T$  (то есть точки, в которых градиент превышает среднее значение). Обозначим это множество точек через  $N_I$ .

Поскольку при решении по схеме сквозного счета разрывы “размазаны”, то во множество  $N_I$  попадают не только пиксели истинных перепадов, но и близлежащие. Для их исключения применим метод подавления немаксимумов [5], при котором исключается конкуренция между собой соседних точек, расположенных

вдоль перепада. Принимая во внимание, что  $\alpha_{ij}$  определяет направление, нормальное к поверхности разрыва, определим две соседних с  $(i, j)$  ячейки  $(i_l, j_l)$  и  $(i_r, j_r)$ , задающих ближайшее к этой нормали направление. При этом если  $A_l < A_r$  ( $A = p / \rho^\gamma$ ), то  $(i_l, j_l)$  и  $(i_r, j_r)$  меняем местами (такое упорядочивание, отвечающее закону возрастания энтропии на ударной волне, будет использовано на этапе классификации разрывов). Из точек множества  $N_1$  оставим такие, в которых одновременно выполняются условия  $g_{i,j} > g_{i_l, j_l}, g_{i,j} > g_{i_r, j_r}$ , и обозначим это множество точек через  $N_2$ . Реально на практике значение  $\alpha_{ij}$  аппроксимируется одним из восьми направлений из центра пикселя  $(i, j)$  на центры соседних ячеек, при этом углы  $\alpha_{ij} < 0$  заменяются на  $2\pi + \alpha_{ij}$ . Пример с конкретными значениями  $(i_l, j_l)$  и  $(i_r, j_r)$  схематично

выглядит	следующим	образом:
$(i-1, j+1)$	$(i, j+1)$	$(i+1, j+1)$
$(i-1, j)$	$(i, j)$	$(i+1, j)$
$(i_l = i-1, j_l = j)$	$\alpha_{ij} = 0, A_l > A_r$	$(i_r = i+1, j_r = j)$
$(i-1, j-1)$	$(i, j-1)$	$(i+1, j-1)$

Рассмотрим максимальную разность между значениями углов – направлений на центры соседних ячеек

$$\Delta\alpha = \max[\arctan(\Delta x_2 / \Delta x_1), \pi / 2 - \arctan(\Delta x_2 / \Delta x_1)].$$

Для сохранения свойства линейной протяженности перепада исключим изолированные выбросы интенсивности изображения [6]. А именно из точек множества  $N_2$  оставим те, в которых  $|\alpha_{i_l, j_l} - \alpha_{i, j}| < \Delta\alpha$ ,  $|\alpha_{i_r, j_r} - \alpha_{i, j}| < \Delta\alpha$  одновременно. Поиск изолированных артефактов осуществляется рассмотрением круговой окрестности каждой точки радиусом  $R = Q\sqrt{\Delta x_1^2 + \Delta x_2^2}$ . Точка удаляется из множества в том случае, если в этой окрестности нет других точек перепада (обычно использовалась константа  $Q=1.5$ ). Обозначим множество оставшихся точек через  $N_3$ .

#### 4. КЛАССИФИКАЦИЯ РАЗРЫВОВ

На любом разрыве выполняются условия ( $D$  – скорость рассматриваемого разрыва,  $\mathbf{u} = (u_n, u_\tau)$ ):

$$(\rho_l - \rho_r)D = \rho_l u_{n_l} - \rho_r u_{n_r} \quad (1),$$

$$(\rho_l u_{n_l} - \rho_r u_{n_r})D = \left[ \rho_l (u_{n_l})^2 + p_l \right] - \left[ \rho_r (u_{n_r})^2 + p_r \right] \quad (2),$$

$$\rho_l (u_{n_l} - D) u_{\tau_l} = \rho_r (u_{n_r} - D) u_{\tau_r} \quad (3),$$

$$\rho_l (u_{n_l} - D) \left[ e_l + p_l / \rho_l + (\mathbf{u}_l - \mathbf{D})^2 \right] = \rho_r (u_{n_r} - D) \left[ e_r + p_r / \rho_r + (\mathbf{u}_r - \mathbf{D})^2 \right] \quad (4).$$

Соотношения (1)-(4) выполняются также в точках, где решение непрерывно, в частности на волнах сжатия и волнах разрежения.

На ударных волнах существует поток вещества через разрыв:  $\rho_l (u_{n_l} - D) = \rho_r (u_{n_r} - D) = J \neq 0$ .

Отсюда и из (3) следует отсутствие разрыва тангенциальной составляющей вектора скорости  $u_{\tau_l} = u_{\tau_r}$ . Согласно теореме Цемплена  $u_{n_l} > u_{n_r}$ . Выполняются условия Рэнкина-Гюгонио: (1), (2) и  $e_l + p_l / \rho_l + (\mathbf{u}_l - \mathbf{D})^2 / 2 = e_r + p_r / \rho_r + (\mathbf{u}_r - \mathbf{D})^2 / 2$ . Если  $u_{\tau_l} = u_{\tau_r} = 0$  – это нормальная,  $u_{\tau_l} = u_{\tau_r} \neq 0$  – косая ударная волна.

На контактных разрывах нет потока газа через поверхность разрыва  $J=0$ . Привлекая (1) и (2) получим непрерывность давления  $p_l = p_r$  на контактном разрыве и условия  $(\rho_l - \rho_r)^2 + (e_l - e_r)^2 \neq 0$ ,  $u_{n_l} = u_{n_r}$ . В случае чисто контактного разрыва выполняется соотношение:  $u_{\tau_l} = u_{\tau_r}$ , а в случае тангенциального разрыва –  $u_{\tau_l} \neq u_{\tau_r}$ .

В каждой точке множества  $N_3$  вычислим выражения для  $a_1 - a_7$  – дискретных аналогов признаков типов разрывов ( $\Delta t$  – расчетный шаг по времени):

$$a_1(i, j) = 1 - \text{sign}(\partial u_n / \partial n)_{ij},$$

$$a_2(i, j) = \text{sign}(\bar{\rho}_{i_l, j_l} - \bar{\rho}_{i_r, j_r}) + \text{sign}(\bar{\varepsilon}_{i_l, j_l} - \bar{\varepsilon}_{i_r, j_r}),$$

$$b_3(i, j) = (\Delta x_1 / \bar{p}_{ij}) / |\partial p / \partial n|_{ij}, B_3 = \max_{i, j \in N_3} b_3,$$

$$a_3(i, j) = b_3(i, j) / B_3,$$

$$b_4(i, j) = \Delta t |\partial u_n / \partial n|_{ij}, B_4 = \max_{i, j \in N_3} b_4$$

$$a_4(i, j) = b_4(i, j) / B_4,$$

$$a_5 = \begin{cases} 1, & |A_l - A_r| / \max(A_l, A_r) > \delta_1 \\ 0, & |A_l - A_r| / \max(A_l, A_r) \leq \delta_1 \end{cases},$$

$$a_6 = \begin{cases} 1, & (\Delta t / \Delta x_1) |u_{\tau_l} - u_{\tau_r}| > \delta_2 \\ 0, & (\Delta t / \Delta x_1) |u_{\tau_l} - u_{\tau_r}| \leq \delta_2 \end{cases},$$

$$a_7 = \begin{cases} 1, (\Delta t / \Delta x_1) \left( |u_{\tau_l}| - |u_{\tau_r}| \right) > \delta_3 \\ 0, (\Delta t / \Delta x_1) \left( |u_{\tau_l}| - |u_{\tau_r}| \right) \leq \delta_3 \end{cases}$$

$\delta_1, \delta_2, \delta_3$  – задаваемые положительные константы.

Выбор первого признака обусловлен тем, что в зоне размазанной ударной волны и в зоне волны сжатия должно выполняться условие  $\partial u_n / \partial n < 0$ . Величина  $\partial u_n / \partial n$  вычисляется по формуле

$$(\partial u_n / \partial n)_{ij} = (\partial u_n / \partial x)_{ij} \cos \alpha_{ij} + (\partial u_n / \partial y)_{ij} \sin \alpha_{ij},$$

$$(\partial u_n / \partial x)_{ij} = (1 / 2 \Delta x_1) H_3 F_{2 \times 2}(u_n, i, j),$$

$$(\partial u_n / \partial y)_{ij} = (1 / 2 \Delta x_2) H_4 F_{2 \times 2}(u_n, i, j). \quad \text{Используется}$$

окно изображения  $F_{2 \times 2} = \begin{vmatrix} (i, j+1) & (i+1, j+1) \\ (i, j) & (i+1, j) \end{vmatrix}$  и маски

$$[7] \quad H_3 = \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}, \quad H_4 = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{vmatrix}.$$

Второй признак использует то, что на ударной волне  $\text{sign}(\bar{\rho}_l - \bar{\rho}_r) + \text{sign}(\bar{\varepsilon}_l - \bar{\varepsilon}_r) = 2$ , а на контактном разрыве  $\text{sign}(\bar{\rho}_l - \bar{\rho}_r) + \text{sign}(\bar{\varepsilon}_l - \bar{\varepsilon}_r) = 0$ .

Здесь  $\varepsilon = p / [\rho(\gamma - 1)]$ , а в формулах участвуют не сами параметры, а усредненные значения

$$\bar{\varphi}_{ij} = H_5 F_{2 \times 2}(\varphi, i, j), \quad H_5 = \frac{1}{4} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}. \quad \text{Ситуация}$$

$(\bar{\rho}_{i_l j_l} - \bar{\rho}_{i_r j_r}) = 0, (\bar{\varepsilon}_{i_l j_l} - \bar{\varepsilon}_{i_r j_r}) = 0$  исключена уже на этапе сегментации.

Третий и четвертый признаки отражают факт непрерывности давления на контактном разрыве и разрыве нормальной составляющей скорости на ударной волне.

Пятый признак служит отличению точек разрыва от точек, принадлежащим подобластям непрерывного течения (например волнам сжатия), шестой – чисто контактных разрывов от тангенциальных разрывов, а седьмой – прямых ударных волн от косых ударных волн. Обычно использовались значения констант  $\delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = 0.01$ .

Классификация разрывов производится следующим образом. Определим классы:  $C_1$  – нормальные ударные волны,  $C_2$  – косые ударные волны,  $C_3$  – тангенциальные разрывы,  $C_4$  – чисто контактные разрывы,  $C_5$  – волны сжатия,  $C_6$  – волны разрежения,  $C_7$  – непрерывное течение. Заметим, что методика предназначена для идентификации сильных разрывов течения, и классы  $C_6$  и  $C_7$  определены для случая возможного попадания во множество  $N_3$  на этапе сегментации точек, не являющихся точками разрыва. Зададим

$\mathbf{z} = (z_1, z_2, z_3, z_4, z_5, z_6, z_7)_k$  – эталонные векторы

классов (для одного класса может быть несколько эталонных векторов):

z	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>	C <sub>4</sub>	C <sub>4</sub>	C <sub>5</sub>	C <sub>5</sub>	C <sub>5</sub>	C <sub>5</sub>	C <sub>6</sub>	C <sub>7</sub>
z <sub>1</sub>	2	2	0	2	0	2	0	2	2	2	2	0	0
z <sub>2</sub>	2	2	0	0	0	0	0	2	2	2	2	2	0
z <sub>3</sub>	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0
z <sub>4</sub>	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0
z <sub>5</sub>	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
z <sub>6</sub>	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0
z <sub>7</sub>	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0

Точка  $(i, j)$  принадлежит классу  $C_{k_0}$ , если

$$\text{dist}(\mathbf{a}_{ij}, \mathbf{z}_{k_0}) = \min_k (\mathbf{a}_{ij}, \mathbf{z}_k), \quad \text{где } \mathbf{a} = (a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7)_{ij}, \quad \text{dist} = \sqrt{\sum_{m=1,7} (a_m - z_m)^2}$$

(евклидово расстояние в семимерном пространстве признаков).

## 5. ПРИМЕРЫ ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ РАСЧЕТОВ

В качестве первой рассмотрим задачу о дифракции ударной волны на плоском прямом угле. Картина течения оказывается очень сложной, так как имеется большое число разрывов различного типа. Отметим, что она является автомодельной, но при решении ее посредством интегрирования нестационарных уравнений становится таковой только тогда, когда область, захваченная течением, становится существенно больше размеров счетной ячейки. Рассматривается дифракция ударных волн с такими числами Маха, что течение за волной является сверхзвуковым, то есть возмущения не проникают вниз по потоку.

На рис.1 с шагом  $\Delta p = 0.1$  приведены линии равной плотности для случая дифракции волны с числом Маха 4.7 ( $\gamma = 1.4$ ), а также показано первоначальное положение волны и направление ее движения. На рис.2 приведены точки разрывов, полученные в процессе распознавания: 1 - дифрагированная ударная волна, 2 - первоначальная ударная волна, 3 - тангенциальный разрыв, 4 - вторичная ударная волна, 5 - чисто контактный разрыв, 6 - контактный разрыв, 7 - маховская волна. Таким образом показано, что первый порядок схемы не является препятствием для определения структуры течения. Важным в численном моделировании является не только получение наборов чисел – результатов расчетов, но и их интерпретация.

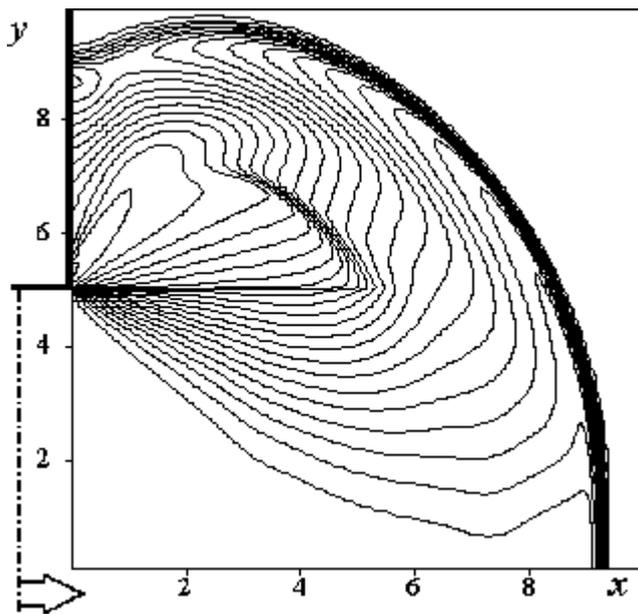


Рис. 1.

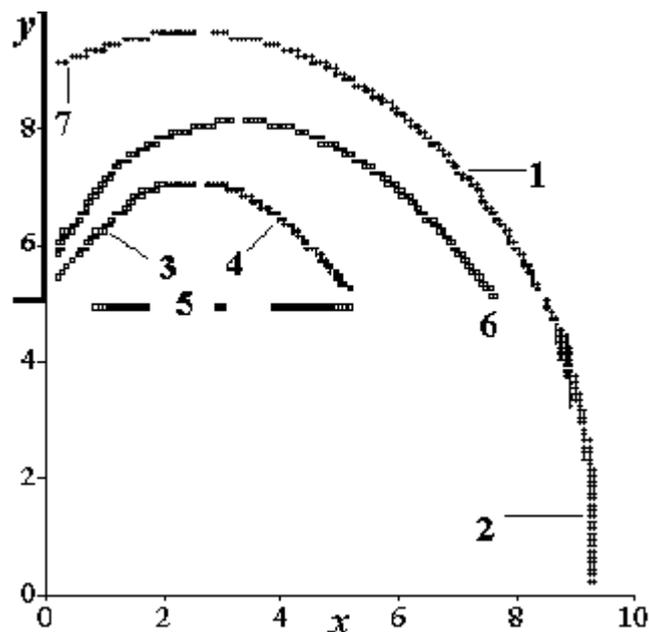


Рис. 2.

Рассмотрим задачу о встречном взаимодействии двух прямых ударных с плоскими фронтами. На рис.3 показано положение разрывов для случая взаимодействия под острым углом волн с числами Маха 4.7 (1) и 4.2 (2). Полученное решение: две преломленные косые ударные волны (3 и 4) и тангенциальный разрыв (5) между ними совпадает с аналитическим решением данной задачи.

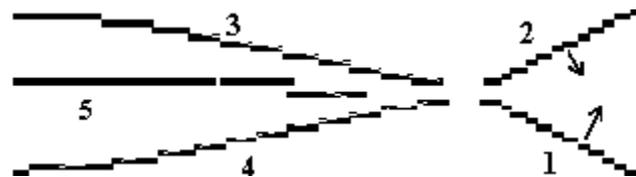


Рис. 3.

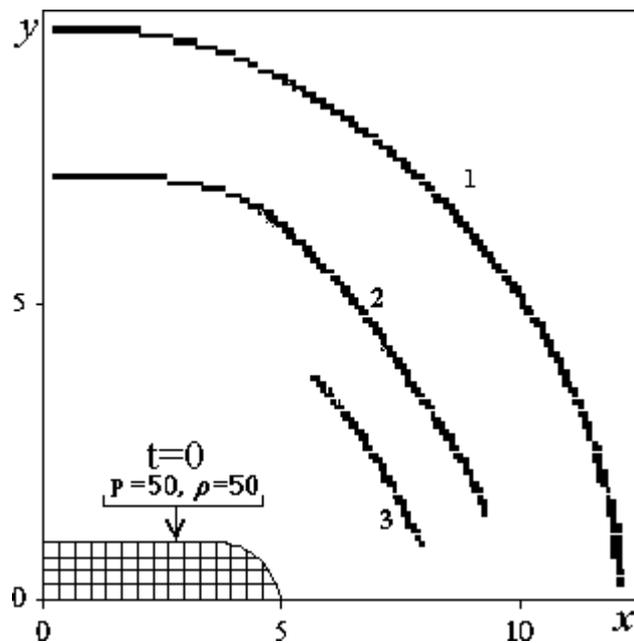


Рис. 4.

Приведем пример распознавания для такой задачи газодинамики, когда наряду с перемещением разрывов имеет место также возникновение и эволюция новых разрывов. Постановка задачи приведена на рис.4. В начальный момент времени  $t=0$  в заштрихованной области параметры газа  $p = 50, \rho = 50, u = v = 0$ , а в остальном пространстве  $p = \rho = 1, u = v = 0$  (двумерный распад разрыва). На всех границах расчетной области кроме правой ставились условия непротекания, а на правой – условия гладкого продолжения течения.

В результате распада двумерного разрыва образуются головная ударная волна (рис.4,  $t=3.4$ , линия 1), чисто контактный разрыв (2) и вторичная ударная волна (3). Такая структура течения продолжает существовать вплоть до того момента, пока головная волна не достигнет верхней стенки и не начнется процесс ее отражения. На рис.5 ( $t=4.3$ ) видно, что в течении возник еще один разрыв – косая отраженная ударная волна (4), движущаяся навстречу контактному разрыву (2). Затем (рис.6,  $t=5.9$ ) взаимодействие этой волны с контактным разрывом приводит к появлению преломленных ударных волн (5 и 6) и тангенциального разрыва (7). На примере данной задачи показана эффек-

тивность метода при изменении типов разрывов при взаимодействии.

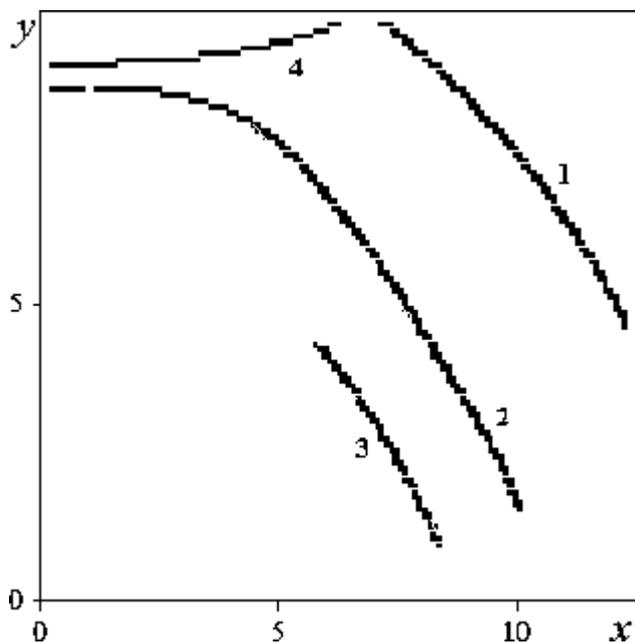


Рис. 5.

Следует отметить, что приведенная методика не зависит от конкретного вида решаемой задачи и не требует никакой априорной информации о течении. Она применима к результатам расчетов, полученных любым методом сквозного счета. В случае, если численное моделирование проводилось каким-либо методом, дающим осцилляции в окрестности разрыва, возможно применение процедуры сглаживания изображения с помощью какой-либо расфокусирующей маски. Для окна изображения  $3 \times 3$  можно

использовать маску  $H_6 = \frac{1}{(\psi+8)} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \psi & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ , например

при  $\psi = 2$  получается маска [8], не сильно увеличивающая размазывание разрывов при одновременной фильтрации шумов.

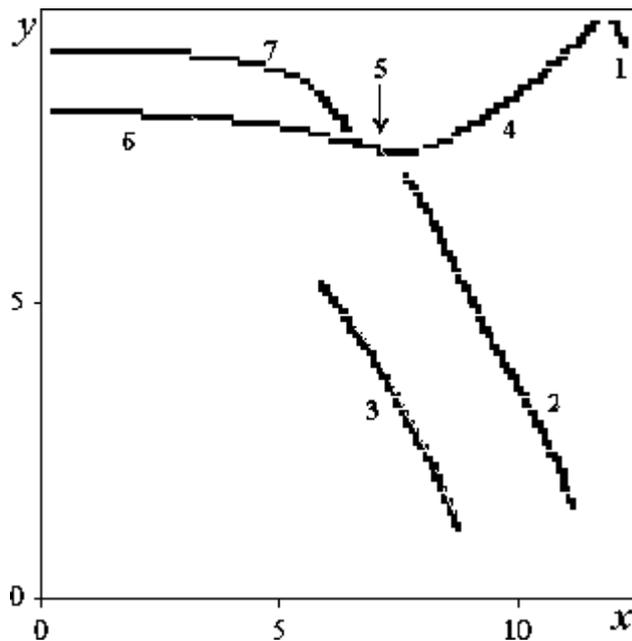


Рис. 6.

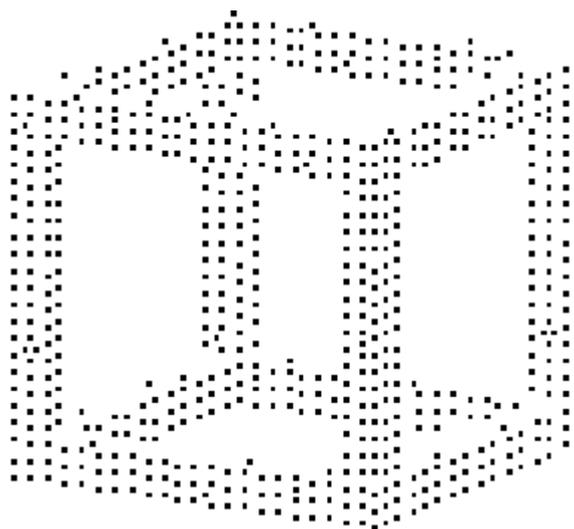


Рис. 7.

## 6. ВЫДЕЛЕНИЕ РАЗРЫВОВ В СЛУЧАЕ МОДЕЛИРОВАНИЯ ТРЕХМЕРНЫХ ТЕЧЕНИЙ

В трехмерном случае используется такая же модель. Компонента вектора скорости по  $z$  –  $w$ . Получение численного решения осуществлялось также методом С.К.Годунова.

Рассмотрим окно изображения  $f$  размером  $3 \times 3 \times 3$ , центрированное в вокселе  $(i, j, k)$

$$\begin{array}{l}
 F \quad Z \\
 \uparrow \nearrow \\
 \rightarrow X
 \end{array}
 \begin{array}{lll}
 f_{i,j+1,k+1} & f_{i,j+1,k+1} & f_{i+1,j+1,k+1} \\
 f_{i,j,k+1} & f_{i,j,k+1} & f_{i+1,j,k+1} \\
 f_{i,j-1,k+1} & f_{i,j-1,k+1} & f_{i+1,j-1,k+1}
 \end{array}$$

$$F = \begin{array}{lll}
 f_{i-1,j+1,k} & f_{i,j+1,k} & f_{i+1,j+1,k} \\
 f_{i-1,j,k} & f_{i,j,k} & f_{i+1,j,k} \\
 f_{i-1,j-1,k} & f_{i,j-1,k} & f_{i+1,j-1,k}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
 f_{i-1,j+1,k-1} & f_{i,j+1,k-1} & f_{i+1,j+1,k-1} \\
 f_{i-1,j,k-1} & f_{i,j,k-1} & f_{i+1,j,k-1} \\
 f_{i-1,j-1,k-1} & f_{i,j-1,k-1} & f_{i+1,j-1,k-1}
 \end{array}$$

и применим к нему для вычисления составляющей градиента  $G_x$  оператор

$$H_x = \begin{array}{lll}
 -\sqrt{3}/3 & 0 & \sqrt{3}/3 \\
 -\sqrt{2}/2 & 0 & \sqrt{2}/2 \\
 -\sqrt{3}/3 & 0 & \sqrt{3}/3 \\
 -\sqrt{2}/2 & 0 & \sqrt{2}/2 \\
 -1 & 0 & 1 \\
 -\sqrt{2}/2 & 0 & \sqrt{2}/2 \\
 -\sqrt{3}/3 & 0 & \sqrt{3}/3 \\
 -\sqrt{2}/2 & 0 & \sqrt{2}/2 \\
 -\sqrt{3}/3 & 0 & \sqrt{3}/3
 \end{array}$$

Операторы для вычисления компонент  $G_y$  и  $G_z$  получаются при соответствующих изменениях ориентации  $H_x$ . Свойством этих операторов является то, что они дают наилучший (по методу наименьших квадратов) плоский контур между двумя областями различной интенсивности в трехмерной окрестности [9]. Величина градиента определяется как

$$g[f(x, y, z)] = (G_x^2 + G_y^2 + G_z^2)^{1/2}$$

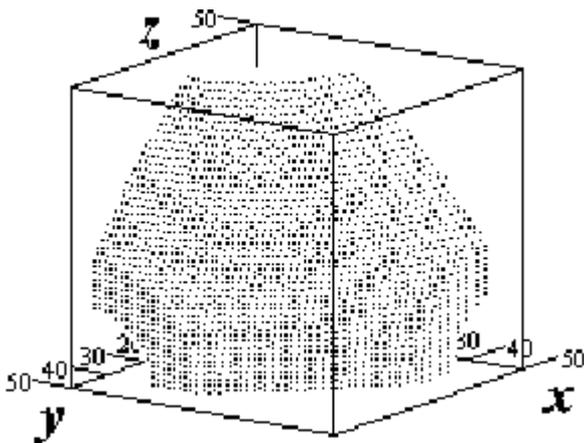


Рис. 8.

Вначале рассмотрим тестовый пример ступенчатого перепада, когда в качестве изображения берется массив данных на равномерной по всем трем координатам сетке, в котором от нуля отличны только значения в точ-

ках, лежащих на ребрах произвольного куба (для определенности полагаем все их равными единице). Те точки, в которых выполняется неравенство

$$g_{i,j,k} > \frac{\sum_{i=1 \dots M_x, j=1 \dots M_y, k=1 \dots M_z} g_{ijk}}{(M_x \times M_y \times M_z)},$$

приведены на рис.7 ( $M_x, M_y, M_z$  – количество ячеек расчетной сетки по соответствующим координатам). На таком идеальном перепаде использование окна  $3 \times 3 \times 3$  приводит к выделению грани “толщиной” в три ячейки.

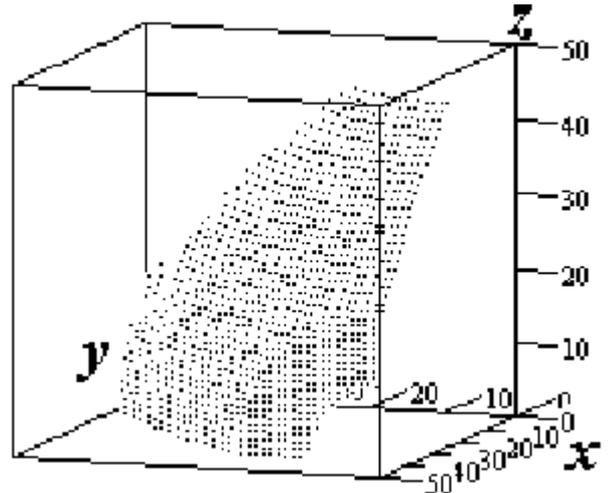


Рис. 9.

Рассмотрим задачу в постановке, когда решение ищется в кубической области, ограниченной непроницаемыми плоскостями  $x=0, y=0, z=0, x=50, y=50, z=50$ . В начальный момент времени область заполнена газом с параметрами  $p = \rho = 1, u = v = w = 0$ , а в области  $0 \leq x \leq 5, 0 \leq y \leq 5, 0 \leq z \leq 5$  давление повышено в два раза, а остальные параметры такие же:  $p = 2, \rho = 1, u = v = w = 0$ . Расчет проводился до момента времени  $t=38.944$ , когда возмущение еще не достигло дальних от начала координат границ расчетной области.

Полученные результаты обрабатывались следующим образом. Поскольку заведомо известно, что использовавшиеся расчетная сетка и метод не позволяли получить хорошее разрешение контактного разрыва, в качестве функции  $f$  бралось давление и в каждой точке вычислялся градиент. Пусть  $N^{(0)}$  – множество всех расчетных точек. Число точек во множестве будем обозначать буквой  $L$  (то есть число точек множества  $N^{(0)} - L(N^{(0)}) = M_x \times M_y \times M_z$ ).

Во множество  $N^{(\mu)}$  включаем те точки множества  $N^{(\mu-1)}$ , в которых выполнено условие  $g_{i,j,k} >$

$\sum_{i,j,k \in N^{(\mu-1)}} g_{i,j,k} / L(N^{(\mu-1)})$ . При применении такой

процедуры происходит “удаление” более слабых (по интенсивности) разрывов с одновременным утончением относительно более сильных.

На рис.8 и рис.9 (в двух различных ракурсах) приведено множество точек  $N^{(3)}$ , полученное при обработке численного решения. Очевидно, что таким образом удалось локализовать головную ударную волну.

## 7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Описанный подход облегчает и ускоряет обработку результатов численного моделирования, а также повышает объективность интерпретации получаемых результатов. Следует также отметить возможность его применения для стандартизации сопоставления результатов решения одной и той же задачи, полученных различными численными методами.

## 8. ЛИТЕРАТУРА

- [1] Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Я. и др. Численное решение многомерных задач газовой динамики. М. Наука. 1976. 400 с.
- [2] Vorozhtsov E.V. On the classification of discontinuities by the pattern recognition methods. Computers&Fluids. vol.18. No.1. 1990. pp.35-74.
- [3] Bazarov S.B. Application of image processing to the shock wave diffraction problem // Proceedings of the 19<sup>th</sup> International Symposium on Shock Waves. R.Brun and L.Z.Dumitresku (Eds.) Springer, 1995, v.IV, p.113-116.
- [4] Shaw G.B. Local and regional edge detectors: some comparisons. Computer graphics and image processing. No.2. v.9. 1979. pp.135-149.
- [5] Rosenfeld A. and Kak A.C. Digital Picture Processing. New York. Academic Press. 1976. 457 pp.
- [6] Nevatia R. and Babu K.R. Linear feature extraction and description. Computer Graphics and Image Processing. No.3. v.13. 1980. pp.257-269.
- [7] Mero L. and Vassy Z. A simplified and fast version of the Hueckel operator for finding optimal edges in pictures. Proceedings of 4th International Conference of Artificial Intelligence. Tbilisi. USSR. 1975. pp.650-655.
- [8] Pratt W.K. Digital Image Processing. Wiley Interscience. New York. 1978.
- [9] Zucker S.W., Hummel R.A. Three-Dimensional Edge Operator. IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell. PAMI-3. No.3. 1981. pp.324-331

## Автор:

Сергей Базаров старший научный сотрудник факультета вычислительной математики и кибернетики МГУ им.М.В.Ломоносова.

Адрес: Москва, 119899, ГСП, В-234, Воробьевы горы.

Телефон: (095) 939-23-42.

E-mail: S.Bazarov@relcom.ru

S.B.Bazarov. Image Processing in CFD. In the present paper is considered the question of the applicability of discriminant methods of pattern recognition for the purposes of localization and classification of discontinuities in the flow on the basis of computational results obtained by computer simulation. Its efficiency for flow structure visualization is shown.