

# “Невозможные фигуры” и ряд других нестандартных примеров пространственного моделирования в AutoCAD’е

А.Л. Хейфец

Южно-Уральский государственный университет  
Челябинск, Россия

## Аннотация

Приведен ряд нестандартных примеров построения пространственных моделей, выполнение которых в курсе компьютерной графики AutoCAD’а вызывает интерес студентов, “оживляет” занятия. Это псевдо поверхность Эшера, звездчатые многоугольники, рифовый узел, капитель, “невозможные” фигуры.

Даны пояснения, схемы и последовательность построений.

**Ключевые слова:** компьютерная графика, AutoCAD.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Характерными объектами построений в курсе компьютерной графики являются чертежи узлов и деталей машин, их пространственные модели, архитектурные сооружения и их фрагменты. Многолетняя практика преподавания компьютерной графики на базе пакета AutoCAD [5,6] позволила автору “наработать” ряд задач и примеров, оригинальных по содержанию и при этом концентрированно отражающих действие и возможности изучаемых в соответствующей теме команд. Решение одних задач подробно излагается в ме-

тодических материалах, и студенту требуется лишь повторить его. Другие рассчитаны на самостоятельное выполнение, даются с минимальными пояснениями и служат своего рода тестом на усвоение материала и способности студента.

Ниже задачи приведены в том виде и с тем объемом пояснений, с которыми они предлагаются студентам.

Часть задач разработаны автором. Основой для других послужили образы, взятые из популярной литературы по компьютерной графике, геометрии и дизайну [1...4].

## 2. ПСЕВДО ПОВЕРХНОСТЬ ЭШЕРА

На втором-третьем занятии по трехмерной графике предлагается решить две задачи. Первая – построить два тора в зацеплении (рис. 1, а). Задача проста, ее в состоянии решить практически каждый студент.

Вторая задача (рис. 1, б) требует повышенного пространственного мышления. Изображение в левом видовом окне создает иллюзию непрерывной каналовой поверхности (поверхность Эшера), но другие виды показывают, что это три одинаковых тора, расположенные определенным образом. Если понять их взаимное расположение, то реализовать композицию несложно. Эту задачу в состоянии решить обычно один из 30...40 студентов. Интересно построить такую же псевдо поверхность, содержащую 4-5 витков.

## 3. ЗВЕЗДА

При изучении темы редактирования твердотельных объектов и возможностей команды Solidedit дается пример построения звездчатых многогранников, приведенный на рис. 2, б, в [1,2]. Многогранники получаются выдавливанием граней усеченного куба. Угол выдавливания определяется расчетным путем так, что выдавливаемые грани вырождаются в точки – вершины пирамид.

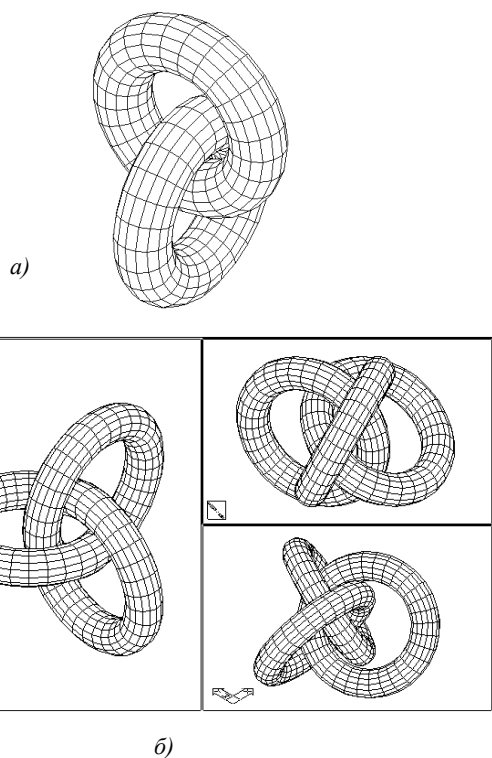


Рис. 1. “Этюды” с тором

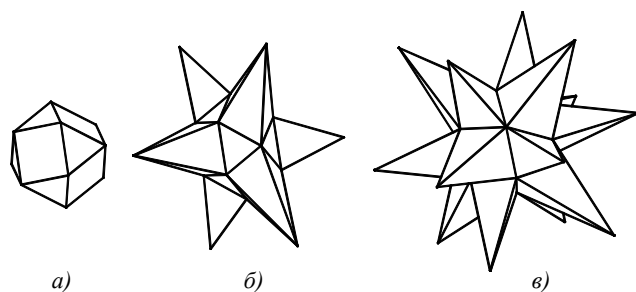


Рис. 2. Бриллианты, звезды, “ежики”

Построение многогранников можно выполнить в следующей последовательности.

- Задайте синий цвет. Постройте куб со стороной 50.

- ❑ Измените текущий цвет, например, на красный. Это придаст граням разный цвет и повысит наглядность.
- ❑ Включите постоянно действующую объектную привязку Midpoint и Endpoint. Перейдите в окно аксонометрии.

Постройте усеченный куб:

- ❑ **slice**<sup>1</sup> (нож) \ укажите куб \ ПЩ<sup>2</sup> \ для задания секущей плоскости укажите средние точки трех ребер, имеющих общую вершину \ укажите какую-либо вершину с противоположной стороны секущей плоскости – срезана пирамидальная часть куба.
- ❑ Подобным образом срежьте куб в области остальных семи вершин – получен усеченный куб, содержащий квадратные и треугольные грани (рис. 2, а).
- ❑ Скройте невидимые линии (Hide).

Из срезанных граней формируем пирамиды:

- ❑ **solidedit** \ face \ extrude \ укажите одну или несколько квадратных граней \ высота выдавливания 70.71, угол выдавливания 14.036 – это расчетные значения, при которых пирамида с квадратным основанием имеет высоту вдвое больше стороны основания. Результат с выдавливанием только квадратных граней показан на рис. 2, б.
- ❑ Для выдавливания треугольных граней задайте высоту 60, угол 9.6.

После выдавливания всех граней вид многогранника должен соответствовать рис. 2, в.

- ❑ Визуализируйте объект в режиме Gouraud Shaded. Осмотрите объект командой 3dorbit.

В этой же теме предлагается построить бриллиант. Получить бриллиант “просто”: нужно от сферы или другого выпуклого твердотельного объекта отсекать или срезать нужным образом его части. Роль ножа выполняет команда Slice. Плоскость среза задается как плоскость ПСК. Осталось разработать алгоритм перемещения плоскости отсечения, и бриллиант готов. Упрощенный пример был дан на рис. 2, а. Следующий шаг – построить тела Платона, а затем и модели реальных бриллиантов, изучив их геометрию по специальной литературе.

## 4. РИФОВЫЙ УЗЕЛ

Узел [1] (рис. 2, б) образован перемещением окружности по весьма сложной траектории. Этот пример дается в теме формирования твердотельных объектов и характеризует возможности команды Extrude (Выдави). Для построения узла необходимо решить две задачи: построить траекторию и преодолеть ограничения, предъявляемые командой Extrude к кривизне траектории.

Траекторию построим как сплайн-кривую по 21 точке:

- ❑ **spline** \ вводите координаты точек согласно таблице \ завершите ввод, дважды нажав Enter.

Проверьте полученный сплайн. Для этого выведите список координат его вершин:

- ❑ **list** \ укажите сплайн-кривую.

*Результат:* в текстовом окне выведены координаты точек сплайна. После сообщения “Number of fit points:” приведены координаты исходных точек сплайна. Сверьте их с дан-

<sup>1</sup> Жирным шрифтом выделены имена команд AutoCAD’a.

<sup>2</sup> Сокращение ПЩ означает щелчок правой клавишей мыши.

ными таблицы. В случае выявления ошибки примените команду редактирования сплайна:

- ❑ **splinedit** \ Fit \ Move \ Select \ укажите вершину, подлежащую редактированию, и заново введите ее координаты \ X \ ПЩ \ ПЩ.

Построенную сплайн-кривую не удастся непосредственно

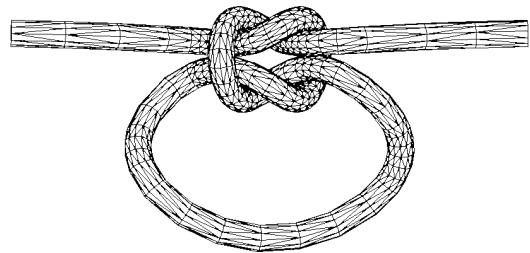


Рис. 3. Рифовый узел

Таблица. Вершины сплайна – траектории узла

-62,12,0	30,-13,0
-30,11,-5	15,3,10
-13,10,-10	0,0,-10
0,12,10	-7,-3,0
8,15,0	-11,6,10
11,6,-10	-8,15,0
7,-3,0	0,12,-10
0,0,10	13,10,10
-18,2,-10	30,11,5
-30,-13,0	62,12,0
0,-35,0	

применить в качестве траектории. Проявляются ограничения по кривизне линии со стороны команды Extrude. Предложим следующий “трюк”, позволяющий обойти эти ограничения. Установлено, что ограничения существенно ниже, если линия представлена не сплайном, а пространственной полилинией (ломаной). Применим полученный сплайн в качестве основы для построения ломаной линии. Для этого поставим вдоль сплайна точки, а затем соединим их командой 3dpoly.

- ❑ **Format** \ Point style (стиль точки) \ задайте маркер точки – прямой крестик. Установите размер маркера равным 2%.
- ❑ **Draw** \ Point \ Divide (Поделит) \ задайте количество точек деления равным 120...150.

*Результат:* вдоль кривой равномерно по длине поставлены маркеры точек.

- ❑ Установите постоянно действующую объектную привязку Node (Узел).
- ❑ Увеличьте изображение левой части траектории так, чтобы уверенно различать точки.
- ❑ **3dpoly** \ укажите левый конечный маркер и далее соединяйте точки, указывая их при включенной объектной привязке. На участках малой кривизны можно пропускать по две-три точки. В основной части узла, где кривизна траектории высока, точки нужно соединить подряд без пропуска.
- ❑ Соединяя точки, панорамируйте изображение, не прерывая команды 3dpoly.

*Результат:* построена ломаная линия, которая может быть применена как траектория перемещения.

Осталось задать профиль выдавливания – окружность, установив ее в плоскости, перпендикулярной траектории в ее конечной точке:

- ❑ `ucs \ ZA` \ укажите объектной привязкой левую конечную точку траектории и точку рядом с ней – задана плоскость профиля;
- ❑ `circle \ c \ 0,0` \ радиус 2...3;
- ❑ `extrude` \ укажите профиль \ ПЩ \ Path \ укажите полилинию \ ПЩ \ ПЩ – объект построен.
- ❑ Выполните визуализацию: View \ Shade \ Hidden или Gouraud, осмотрите узел командой 3dorbit.

## 5. “ВЕСЕЛЕНЬКАЯ” ОБОЛОЧКА

При построении оболочек (команда Solidedit \ body \ shell) наряду с моделями деталей тонколистовой штамповки, архитектурными сводами и другими, характерными для этой темы, предлагается построить оболочку, показанную на рис. 4.

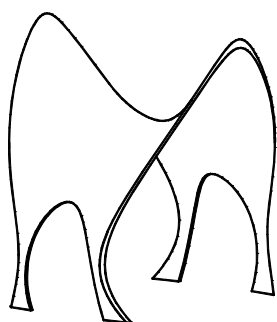


Рис. 4. Оболочка-головоломка

Задача формулируется как геометрическая головоломка: “Построить тор-кольцо, пересечь его с эллиптическим цилиндром, ось которого расположена в экваториальной плоскости тора, вычесть еще один эллиптический цилиндр, ось которого параллельна оси тора, и, наконец, срезать лишнее двумя плоскостями. После этого создать оболочку от поверхности результирующего solid-объекта”.

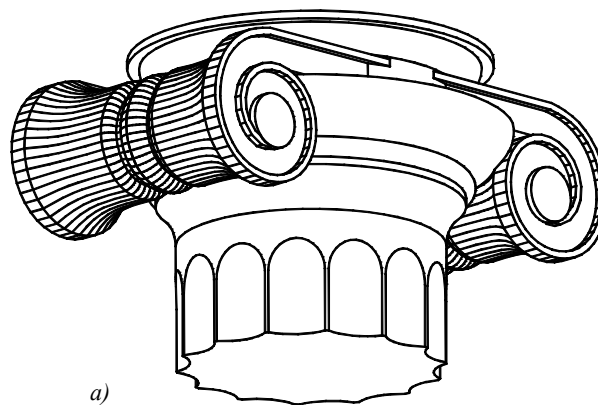
## 6. ИОНИЧЕСКАЯ КАПИТЕЛЬ

Для построения капители (рис. 5, а), вызывающей особый интерес у студентов-архитекторов, сначала нужно создать траекторию, содержащую линейный участок, переходящий в спиралевидный завиток (рис. 5, б). Ее можно получить подобно траектории узла: сначала построить сплайн-кривую, поделить ее на 50 частей и по ней построить полилинию командой Pline.

Спираль архитекторы строят в глазомерной пропорции достаточно точно. Но можно применить известную из ранних версий пакета программу spiral.lsp.

Затем, создайте профиль (рис. 5, в) и установите его относительно траектории, как показано на рис. 5, з. Примените команду Extrude и сформируйте solid выдавливанием профиля по траектории.

Полученную четверть завитка размножьте зеркальным преобразованием. После этого постройте колонну вращением профиля, показанного на рис. 5, д. Для получения каннелюр (углублений в колонне) нужно создать цилиндр и сферу, размножить их круговым массивом в количестве 14...16



а)

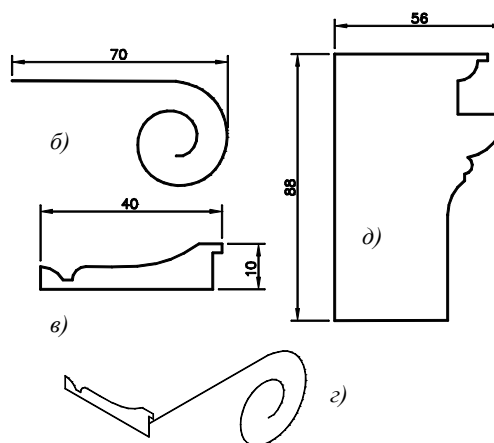


Рис. 5. Ионическая капитель

и вычесть из тела колонны. В заключение закройте цилиндрами “сложности” геометрии в центре спиралей.

В целом, построение капители – задача технически весьма трудная (для “продвинутых пользователей”).

## 7. “НЕВОЗМОЖНЫЕ” ФИГУРЫ

“Невозможность” фигуры, показанной на рис. 6, а, состоит в том, что три бруска, последовательно примыкающие к концам друг друга и направленные по разным осям декартовой системы координат, тем не менее, образуют замкнутый треугольник. Лестница на рис. 7, а также “странная”: поднявшись по ней, оказываешься на прежнем уровне.

Известно множество подобных “невозможных” фигур [3]. Однако термин взят нами в кавычки в связи с тем, что при определенных допущениях фигуры становятся пространственно возможными – эта мысль где-то обсуждалась в литературе и была подсказана автору студентами.

Для трехбалочника (рис. 6, а) достаточно допустить, что хотя бы один из его брусков криволинеен, но плоскости кривых ребер на экране вырождаются в прямые линии (рис. 6, з).

Построив два бруска-параллелепипеда<sup>3</sup>, создайте в их общей плоскости два прямоугольника, которые послужат торцами третьего криволинейного бруска. На рис. 6, б

<sup>3</sup> Примеры “невозможных” фигур подготовлены студентом В. Болотовым.

прямоугольники показаны условно заштрихованными. Зафиксируйте маркерами центры прямоугольников – точки 1 и 2. Далее потребуются сложные пространственные манипуляции с ПСК и видовой точкой, цель которых – задать и установить на экране плоскость траектории формирования криволинейного бруска:

- `ucs \ v \ ucs \ 3 \` объектная привязка Node \ указать т.1 \ фильтр .XY \ объектная привязка Node \ указать т.2 \ (need Z): 0 \ `ucs \ x \ -90 \ plan \ ПЩ.`

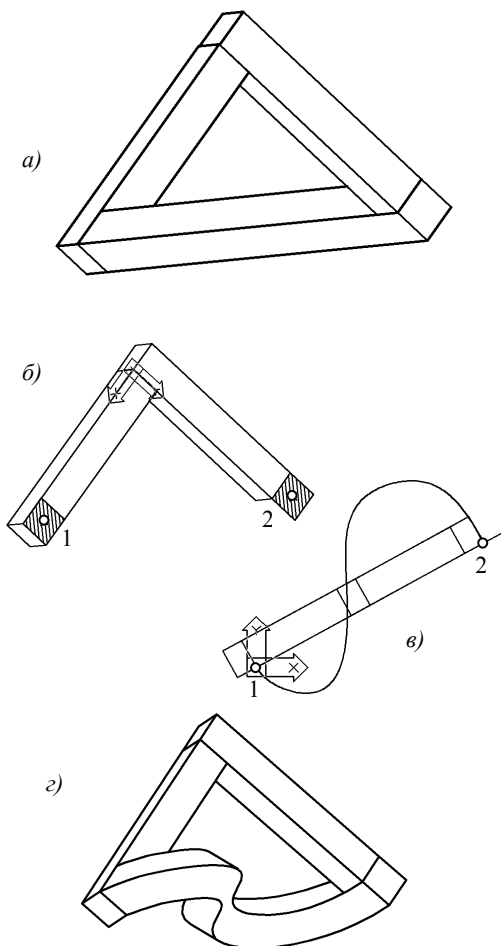


Рис. 6. Трехбалочник Р. Пенроза

*Результат:* положение первых двух брусков и ПСК соответствует рис. 6, в.

Осталось построить сплайн-кривую (Spline) с конечными точками 1 и 2. Здесь есть технические тонкости, в частности, нужно стремиться, чтобы в конечных точках кривая была перпендикулярна общей плоскости первых брусков. Применяв команду Extrude, выдавите один из прямоугольников по полученной траектории.

Секрет построения лестницы раскрыт на рис. 7, б, в. Плоскость этажа, на самом деле, криволинейная цилиндрическая поверхность, образующие которой перпендикулярны плоскости торцевых граней ступеней.

## 8. ЛИТЕРАТУРА

- [1] Гильберт Д., Кон-Фоссен С. Наглядная геометрия. М.: “Наука”, 1981. – 343 с.

- [2] Левитин К.Е. Геометрическая рапсодия. М.: Знание, 1984. – 176 с.

- [3] Рутесвард О. Невозможные фигуры. М.: Стройиздат, 1990. – 128 с.

- [4] Энджел Й. Практическое введение в машинную графику. М.: Радио и связь, 1984. – 135 с.

- [5] Хейфец А.Л. Инженерная компьютерная графика. Опыт преподавания и широта взгляда. М. Диалог МИФИ. 2002 г.

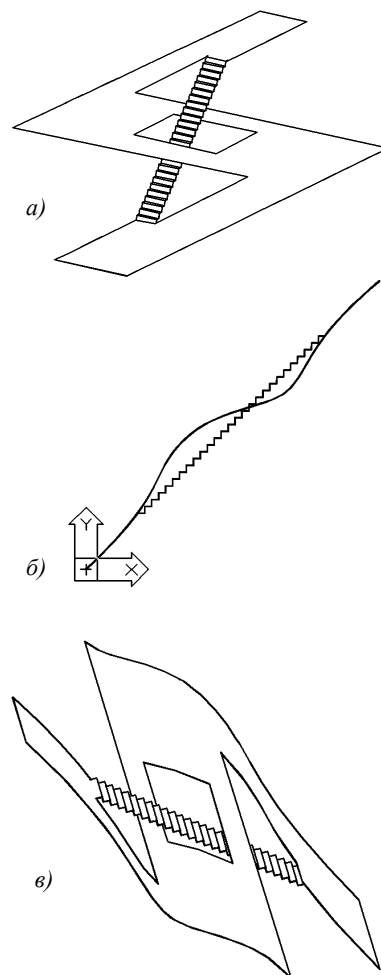


Рис. 7. Лестница О. Рутесварда

- [6] Хейфец А.Л. Инженерная компьютерная графика. Челябинск.: Издательство ЮУрГУ, 2001. – 105 с.

**Хейфец Александр Львович** – профессор кафедры графики Южно-Уральского государственного университета, профессор Челябинского государственного агроинженерного университета. E-mail: heifets@yandex.ru