Порождение геометрических объектов итерационным способом

Ким П.А
Институт Вычислительной Математики и Математической Геофизики, СО РАН,
г. Новосибирск, Россия
kim@ooi.sscc.ru

Аннотация

Одним из важных свойств современных систем отображения геометрических объектов является использование векторных и растровых данных. Отражение реальных сущностей в этих подходах весьма условно, поскольку существенно искажено по геометрическим, топологическим и иным параметрам. В рамках рассматриваемой полевой модели геометрии пространства предпринимается попытка консолидации этих разнородных подходов с целью униформизации, геометрических сущностей моделируемых объектов.

Ключевые слова: *моделирование, вертикальное представление данных, геометрические построения, ассоциативные операции.*

1. ВВЕДЕНИЕ

Визуализация цифровых моделей объектов, образующих сцену, обычно осуществляется на базе соответствующей математической модели, описывающей расположение объектов в пространстве с помощью декартовых координат. При этом структурирование сцены предполагает помимо знания координат ее элементов, также и другие существенные для позиционирования объектов параметры, как например, прозрачность/непрозрачность, видимость/невидимость и т.п.. На опыте фотограмметрической обработки снимков можно отметить в частности девять параметров внешнего и внутреннего ориентирования, учет которых необходим для получения результатов. Случается, что какая-то часть информации оказывается утерянной, и в этом случае восстановление сцены становится обусловленным некоторой порой сложно формализуемой схемой действий. Определенная аналогия с описанной ситуацией имеет место в ряде алгоритмов обработки изображений, например, в алгоритме выделения границы объекта, когда граница объекта выделяется путем описания свойств локальной окрестности пространства, без привязки к конкретному объекту или его элементам. Интересно, что граница объекта может быть выделена в виде последовательности точек, образующих геометрическую фигуру, и при этом сам алгоритм «не знает» ничего о собственных свойствах этой фигуры. Формирование границы в виде привычного выделенного объекта возможно путем векторизации построенной последовательности точек, т.е. явным указанием структуры в виде последовательности декартовых координат образующих точек.

В случае, когда источником информации является растровое изображение, то распознавание ее элементов является известной сложной самостоятельной проблемой. В ряде алгебраических алгоритмов распознавания для выделения объектов требуется наличие достаточно полной информации о координатном способе представления растровой информации.

В работе рассматривается подход к геометрическим построениям, изменяющий роль координатной привязки точек. Он основывается на геометрических принципах, при котором, базой для геометрических построений являются понятие соседства между точками сцены, возможность хранения сопутствующей информации в каждой точке и передача совместно переработанной информации между соседними точками. Оперирование таким пространством предполагает наличие подходящего аппарата, в качестве которого рассматривается вертикальное представление данных, адаптируемое к обработке изображений. При этом, если исходно в подходе Шумана рассматривается линейная конструкция процессорной обработки, то здесь существенна двухмерность обрабатываемого пространства, в которой точки плоскости связаны геометрией 8-соседства, а также как вариант рассматривается геометрия 6-соседства. Итерационное построение объектов модели, обеспечивает механизм порождения разнообразных геометрических кривых, в частности второго порядка. Это значительно расширяет функциональные возможности растрового моделирования в добавление к векторной аппроксимации объектов сцены. Поскольку обычно информация, поступающая с растровыми данными не структурирована, т.е. для пикселов отсутствует какая-либо топологическая информация о соседних пикселах, то при итерационном построении объектов одновременно может происходить топологическая структуризация объектов сцены.

Работа частично поддержана грантами РФФИ 05-05-98006-р_обь_а, РФФИ 05-07-98011-р_обь_в, № 05-07-90057-в.

2. ИТЕРАЦИОННОЕ ПОРОЖДЕНИЕ ОБЪЕКТОВ

Сущность итерационного построения объектов модели может быть проиллюстрирована на примере построениями диаграмм Вороного – Тиссена, составляющими базис для конструирования триангуляции Делоне. В основе этих процессов, лежит параллельная разметка точек пространства относительно множества исходных точек. Особые точки результирующего геометрического места точек, равноудаленных от исходного множества (центры окружностей, описанных вокруг треугольников триангуляции Делоне), могут быть подсоединены к исходному множеству точек, и к результату вновь применена процедура разметки. Таким образом, исходная структура точек, однозначно проецируется на более подробную структуру распределенную по всей плоскости, позволяя единообразно интерполировать значения функции на плоскости, по их значениям на исходно заданном множестве точек.

Подчеркнем, что используя механизм разметки, мы не определяем, ни порядок, ни координаты начальных исходных точек разбиения. Естественно, что такой процесс не исключает возможности его осуществления аналитически, опираясь на числовые значения координат исходных точек. Однако, в итерационном механизме порождения особых точек, процесс связан исключительно с собственно объектами и их взаимным расположением. В качестве параметров объектов выступают характеристики самих точек – например, ненулевое значение пиксела. Результатами вычислений являются также числовые значения, характеризующие точки плоскости. Выбор результатов – искомых точек, может осуществляться посредством специальных процедур выбора, обеспечиваемых для вертикально представленных данных. Обработка плоскости осуществляется параллельно для всех точек сразу. На следующем шаге обрабатываются новые значения, и т.д. до достижения либо стационарного состояния процесса, либо по исчерпанию числа итераций, либо по значению контрольного параметра. Полученная в результате разметка пространства подлежит последующей интерпретации.

Если для процесса разметки в качестве объектов исходного множества использовать точки и отрезки прямых, то результирующая разметка образует достаточно сложные классы геометрических объектов, частично описываемых функциями второго порядка. Можно видеть, что класс кривых, возникающих при итерационных построениях, аналогично функциям Безье допускает использование для гладкого сопряжения произвольно расположенных отрезков прямых.

Перспективным развитием итерационного подхода является разработка параллельного алгоритма выделения зон видимости/невидимости для матриц рельефа. При разметке зон видимости/невидимости, распространяемая вместе с «волной» разметка должна нести информацию, как об исходной точке, так и о точках «максимальной» высоты на лучах, генерируемых разметкой, при этом определение зон должно вестись сразу относительно нескольких точек.

2.1 2. Вертикальная обработка данных

Как упоминалось выше, аргументом в пользу полевого метода является возможность его эффективной реализации. Имеется в виду использование идеи вертикальной обработки данных (ВОД), предложенной В. Шуманом в 60-х годах. В отличие от обычной ("горизонтальной") обработки, когда данное целиком поступает в процессор, при ВОД-обработке в процессор одновременно поступают соответствующие (т.е. одного старшинства) биты нескольких данных. Видно, что кроме других своих особенностей, имеет место прямая зависимость времени обработки от размера данных, что позволяет эффективизировать обработку "коротких" данных. В случае же традиционного способа обработки достижение такого свойства связано с серьезными алгоритмическими трудностями. Кроме того, в самой сути ВОД-обработки заложен параллелизм, который заключается в проведении массовых операциях над данными. Это позволяет, при отсутствии специализированных вертикальных процессоров, ориентироваться на многопроцессорные ОКМД (SIMD) системы, в которых над данными, помещенными в различные процессоры производятся одинаковые операции. Представив регистры ОКМД-системы в виде одного "длинного" регистра, мы сможем одновременно обрабатывать десятки и сотни тысяч единиц данных.

Рис.1: Первым представлена модель традиционной (горизонтальной) обработки данных, следующей – вертикальной.

Вертикальное представление данных предложенное В.Шуманом почти полвека назад, аппелирует к специальной аппаратуре, которое активно развивается в настоящее время в частности за счет возможностей СБИС – интегральных схем сверхбольшой интеграции, уже сейчас потенциально обеспечивающих достаточно детальное воспроизведение большинства реально обрабатываемых изображений. Однако реальное производство такого рода видеоспецпроцессора сдерживается из-за отсутствия достаточно представительного числа специализированных алгоритмов для эффективного применения большого числа ставших уже стандартными функций, связанных с обработкой изображений. По мере исчерпания технических возможностей современных архитектур видеопроцессирования, интерес к видеопроцессорам на базе вертикального представления данных будет расти.

Вертикальное представление данных и вертикальная их обработка позволяют эффективно проводить следующие операции:

а) выделение точек равных данному значению. Например, при визуализации возможно в расчитанном поле убрать все остальные точки, либо особо выделить точки, характеризующиеся значением, равным данному.

б) могут быть выделены точки больше либо равные данному значению (аналогично меньше либо равные, либо строгие неравенства)

в) могут быть выделены точки глобальных и локальных экстремумов (максимумов, минимумов)

г) может быть построена граница произвольного тела (в частности невыпуклого, и многосвязного)

д) разработанные алгоритмы позволяют векторизовать границу, которая в случае г) представлена в неявном виде, без указания принадлежности границы к данному телу.

е) сдвигать изображение в произвольном направлении на один пиксел

ж) отыскивать подстроки (фрагменты изображений)

з) подсчитывать площадь фигуры (число точек в данной фигуре)

и) выполнять покомпонентные арифметические операции над целым изображением. Вычислять среднее значение

к) производить покомпонентные логические операции и другие ассоциативные операции (например, маскирование отдельных слоев модели)

л) проводить размножение объектов.

Определенный оптимизм связан с функциями построения проекций в произвольном направлении, т.е. перемещение с вращением фигуры в данном направлении.

3. ПРОГРАММНЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Программные эксперименты иллюстрируют следующие возможности итерационного построения геометрических объектов. На первом квадрате рисунка 2 можно увидеть геометрическое место точек равноудаленных от двух данных точек. Как и должно, геометрически это представляет из себя прямую линию. Однако если продолжить эту процедуру, отыскивая новые геометрические линии, отстоящие на равных расстояниях от имеющихся, то мы получим множество кривых, представленных на втором квадрате рисунка 2.

Особый интерес представляет тот факт, что «бесконечные» объекты построенные на первых шагах итераций заменяются на конечные, охватывающие исходные две точки. Это неявно говорит о том, что дальние точки в конечном итоге экранируются более близкими, т.е. их взаимодействие ограничено, но хотелось бы найти более продуктивную процедуру, позволяющую определить границы, начиная с которой взаимовлияние удаленных точек становится несущественным.

Рассмотренные иллюстрации могут быть дополнены геометрическими построениями для точки и отрезка, для трех отрезков. Во всех случаях иллюстрации насчитываются итерационным путем. Геометрические расчеты показывают,

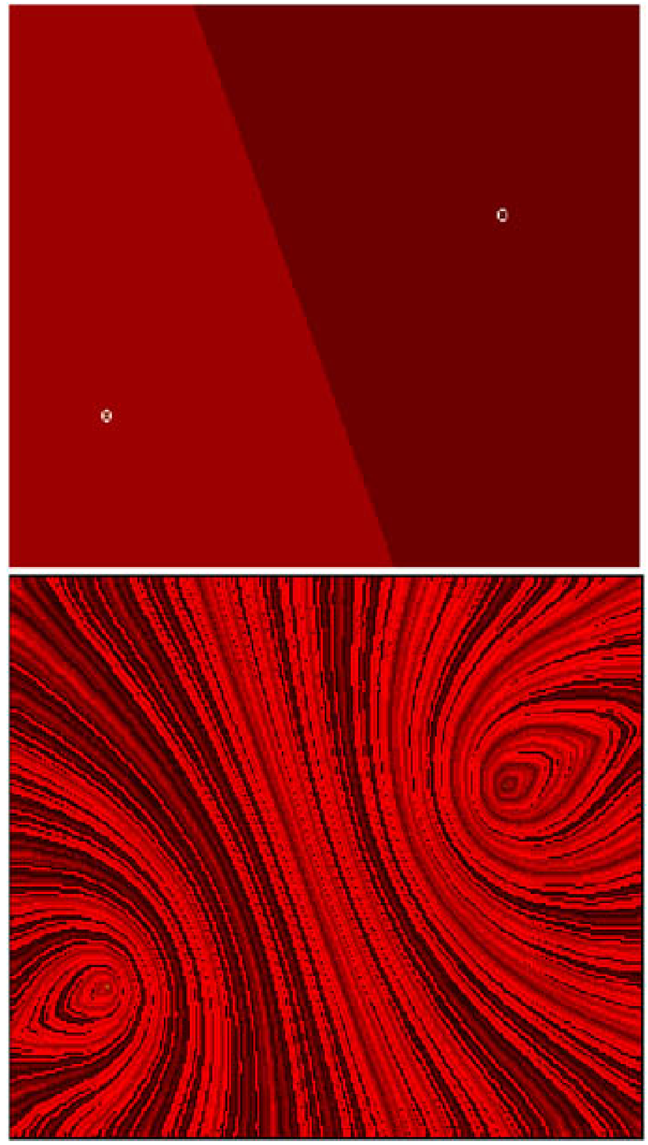

Рис.2: Эквидистантное поле от двух точек

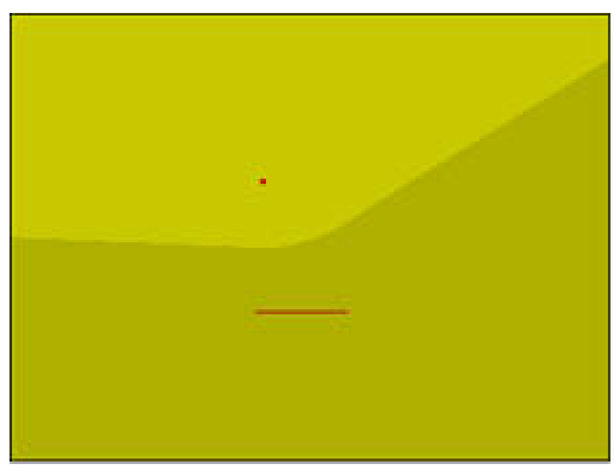

Рис.3: Кластеризиция пространства по близости к двум объектам

что кривые образуемые в процессе расчета, соответствуют кривым второго порядка, в данном конкретном случае параболам. Из геометрических соображений, легко вывести алгоритм для гладкого сопряжения двух отрезков. Большой калейдоскоп возможностей открывается для построения полей растояний для трех и более отрезков. Все это подлежит последующему анализу и систематизации.

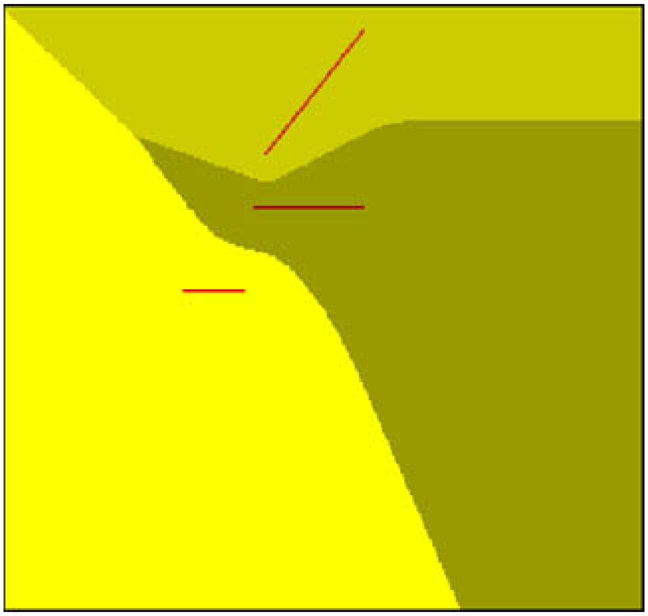

Рис.4: Кластеризиция пространства по близости к трем объектам

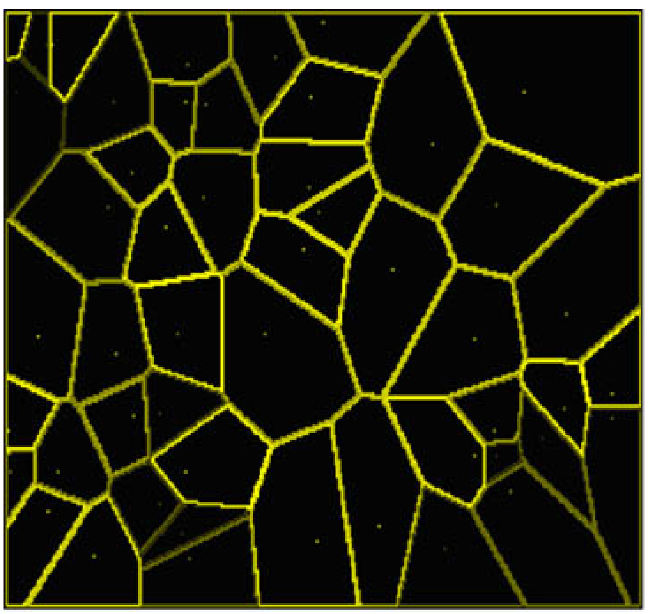

Рис.5: Диаграммы Вороного-Тиссена

Более практичным видится применение итерационного метода для построения диаграмм Вороного-Тиссена. Они естественно по самому определению дают возможность строить дополнительные точки – центры окружностей, задающих триангуляции Делоне. Построение этих точек может быть продолжено итеративным путем. Предполагается справедливость гипотезы, что итерационная последовательность генерируемых точек задается однозначно, и что в результате получается всюду плотное разбиение плоскости точками, т.е. в эпсилон-окрестности любой точки плоскости будет находиться точка из разбиения.

Смысл итерационного разбиения в том, что обычно триангуляция используется для аппроксимации некоторой функции, заданной в конечном числе точек. Усредняя значения функции в точках – центрах триангуляции Делоне, мы получаем однозначную непрерывную аппроксимацию исходной функции. Этот результат весьма важен для практических приложений, в частности для построения непрерывных полей физических параметров окружающей среды (атмосфера, влажность, и т.п.), замеряемых на ограниченном количестве станций наблюдения.

4. ВЫДЕЛЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО ИНТЕРПОЛЯНТА НАБОРА ТОЧЕК

Построение непрерывной кривой, проходящей через конечный набор точек, относится к классическим задачам математики, с решением которой непосредственно связаны целые ее разделы. Рассматриваемый ниже полевой метод решения указанной задачи относится к новым ее постановкам, вызванным к жизни современными компьютерными технологиями отображения видеоизображений на экране растрового дисплея. Важной особенностью подхода является изначальная ориентация на программную поддержку параллелизма полевого метода суперкомпьютерными вычислительными центрами, в частности, на распараллеливание посредством вертикальной обработки данных на многопроцессорных SIMD-архитектурах.

Рассмотрим ключевые понятия: индуцируемого множеством поля, и средней для двух соседних горизонталей как для непрерывной замкнутой кривой. После этого показывается, что поле, индуцируемое конечным набором точек непрерывной кривой, разбивающим ее на достаточно мелкие части, имеет свойства, близкие свойствам поля самой кривой. Именно это явление позволяет связать определенные конечные наборы точек с конкретными интерполянтами. Далее рассматривается одно из возможных применений метода при масштабировании растровой кривой и практическая реализация алгоритма интерполяции средствами вертикальной обработки данных..

Ключевым понятием полевого метода является поле ***F***, индуцируемое множеством ***U*** порождающих точек, и представляющее собой функцию разметки, значение которой в любой точке плоскости определяется как минимальное расстояние от этой точки до точек нашего множества:

$$F_U(x) = \inf_{u \in U} \|x - u\|;$$

Расстояние, вообще говоря, обуславливается заданной на плоскости метрикой. Рассмотрим это понятие подробнее для евклидовой плоскости. Для исходной замкнутой кривой без самопересечений Г строятся внутренний Γ_1 и внешний Γ_2 контуры, лежащие соответственно внутри и вне области, ограниченной данной кривой. Контурами являются линии уровня индуцируемого кривой поля. Далее строится средняя между этими контурами - т.е. множество точек $\boldsymbol{x}$, таких, что $\boldsymbol{F}_{\Gamma_1}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{F}_{\Gamma_2}(\boldsymbol{x})$. Докажем, что полученное множество не пусто. Рассмотрим для этого произвольный непрерывный путь с параметризацией $\boldsymbol{x}=\boldsymbol{f}(t)$, $t\in(0,1)$, связывающий точки $x_1 \in \Gamma_1$ и $x_2 \in \Gamma_2$, т.е. $f(0)= x_1$, $f(1)= x_2$, не пересекающий Γ_1 и Γ_2. Определим функцию $F(t)$ следующим образом: $\boldsymbol{F}(t) = \boldsymbol{F}_{\Gamma_1}(\boldsymbol{f}(t)) - \boldsymbol{F}_{\Gamma_2}(\boldsymbol{f}(t))$. Очевидно, $F(0)<0$, $F(1)>0$, следовательно, по принципу Коши (т.к. поле непрерывно) существует $t^* \in (0,1)$, что $F(t^*) = 0$, т.е. $\boldsymbol{F}_{\Gamma_1}(\boldsymbol{x}^*) = \boldsymbol{F}_{\Gamma_2}(\boldsymbol{x}^*)$, где $\boldsymbol{x}^* = \boldsymbol{f}(t^*)$. Предположим, что Γ_1 и Γ_2 ограничивают односвязные области G_1 и G_2 соответственно. Тогда средняя также будет являться замкнутой кривой (иначе существовал бы непрерывный путь от Γ_1 до Γ_2, вдоль которого $\boldsymbol{f}$ непрерывно растет от отрицательного значения к положительному, нигде не обращаясь при этом в ноль) без самопересечений. Односвязность G_1 и G_2 достигается, если в качестве Γ_1 и Γ_2 брать линии достаточно малого уровня $\varepsilon < \varepsilon_0(\Gamma)$.

Оказывается, что в предположении гладкости исходной кривой и достаточной близости к ней построенных контуров, полученная средняя полностью совпадает с Г. Степень близости контуров к гладкой Г определяется ее кривизной. Пусть максимальная кривизна Г равна $\boldsymbol{k}$. Предположим сначала, что Г ограничивает выпуклую область G. Рассмотрим Γ_1 – внутренний контур уровня $r>1/\boldsymbol{k}$. Оказывается, Γ_1 будет терпеть излом (рис.1). Это обуславливается тем, что все точки, кривизна в которых больше 1/r не будут влиять на поведение Γ_1, т.е. будут удалены от Γ_1 на расстояние, большее r. Действительно, во всех точках, удаленных на расстояние r от Γ_1 кривизна Г необходимо меньше 1/r, иначе, из определения кривизны, в достаточно малых окрестностях этих точек все точки Г туда входящие будут удалены от Γ_1 на расстояние, меньшее чем r. А это противоречит определению Γ_1. Таким образом, все точки, кривизна Г в которых будет больше 1/r не будут равноудалены от Γ_1 и Γ_2, и, следовательно, не будут лежать на средней.

Для произвольной G проводятся аналогичные рассуждения отдельно для областей локальной выпуклости и вогнутости, но в последнем случае излом будет терпеть внешний контур. Если же в качестве контуров брать линии уровня не выше чем $1/\boldsymbol{k}$, и учитывать ограничение введенное раньше (т.е. не выше, чем $\varepsilon_0(\Gamma)$), то каждой точке $x\in\Gamma$ будет соответствовать единственная точка $x_1 \in \Gamma_1$ (т.е. точка, расстояние от которой до Г достигается на x) и

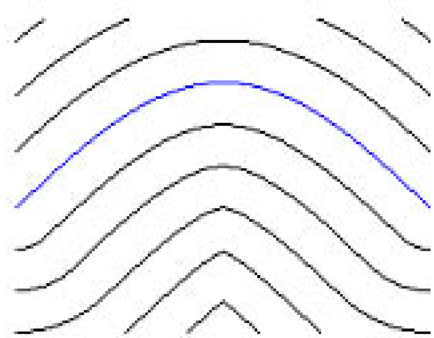

Рис.6: «Негладкость» интерполяции - на рисунке видны изломы контуров, начиная с некоторого уровня r

подобная ей $x_2 \in \Gamma_2$. Все три точки будут лежать на одной прямой *l*. Кроме того, вектора нормалей в x, x_1, x_2 к Г, Γ_1 и Γ_2 соответственно будут колинеарны и будут являться направляющими для *l*. Далее, Г является линией одного уровня для Γ_1 и Γ_2, и совпадает со средней между Γ_1 и Γ_2. Число ε_1 = min(ε_0 ,1/k) называем порогом восстановления гладкой кривой Г.

Порог восстановления равен нулю для кривых, содержащих изломы, т.е. точки, в которых кривизна кривой фактически бесконечна. В евклидовой метрике такие изломы сильно сглаживаются, что заметно на простейшем примере квадрата. В приведенном примере проблема решается путем проведения всех вычислений в "квадратной" метрике (т.е. в метрике "длина вектора есть сумма модулей его координат"), также, видимо, и для любого другого кусочно-линейного тупоугольного контура. В случае произвольного непрерывного контура средняя будет стремиться к Г при уменьшении расстояния между внутренним и внешним контурами.

Рассмотрев свойства полей для непрерывных кривых, перейдем к рассмотрению этого объекта в применении к конечному набору L точек плоскости. При дальнейших рассуждениях мы будем исходить из рассмотрения L как множества точек разбиения некоторой непрерывной кривой Г на мелкие кусочки длиной не более δ. Это предположение не противоречит сути интерполяции как проведению линии, последовательно проходящей через достаточно близкие друг к другу точки. В общем же случае не существует видимых препятствий для построения полевым методом интерполянта набора точек, «с виду» лежащих на одной кривой.

L является подмножеством Г, следовательно $\boldsymbol{F}_L(\boldsymbol{x}) \le \boldsymbol{F}_\Gamma(\boldsymbol{x})$. Мелкость разбиения δ означает, что в δ-окрестности любой точки Г находится точка L, следовательно $\boldsymbol{F}_\Gamma(\boldsymbol{x}) \le \boldsymbol{F}_L(\boldsymbol{x}) + \delta$. Из этих неравенств вытекает, что при стремлении δ к нулю $\boldsymbol{F}_L$ стремится к $\boldsymbol{F}_\Gamma$. Далее строим внутренний и внешний контуры L_1 и L_2 уровня r для L. При этом L_1 и L_2 должны быть односвязными кривыми и не должны пересекаться. Это означает, что r должно быть больше δ (иначе L_1 и L_2 превратятся в множество окружностей с центрами в точках L). Из близости полей (т.к. δ считаем достаточно мелким) для L и Γ вытекает, что L_1 и L_2 будут достаточно близкими к соответствующим контурам Γ_1 и Γ_2 того же уровня для Γ.

Далее строим среднюю между L_1 и L_2. Она будет являться непрерывной кривой, проходящей через точки L, т.е. искомым интерполянтом.

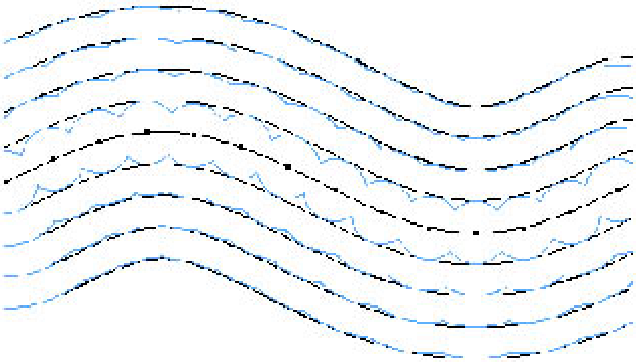

Рис.7: «Корреляция дискретных и непрерывных представлений»

На рисунке 7 черным цветом изображено поле от непрерывной кривой, а голубым – от дискретного набора точек ее разбиения. Видно, при росте уровня соответствующие контура обоих полей мало отличны

В качестве примера практического применения описанного метода рассмотрим задачу масштабирования растровой кривой. В процессе работы с изображениями на дисплеях зачастую возникает потребность в масштабировании его фрагментов. Для растровых дисплеев это означает более подробную аппроксимацию прообраза изображения, т.е. представление его большим числом точек. В этом случае возникает проблема неполноты информации о прообразе изображения, а именно, отсутствия информации о поведении его "между" точками исходной картинки. Спроецировав растровую кривую на плоскость и проинтерполировав полученный набор точек, мы восполним недостающую нам информацию.

Для проецирования растровой кривой на плоскость дисплей рассматриваем как набор квадратов-пикселов, покрывающих эту плоскость. Естественным образом строим на плоскости сетку с узлами в центрах пикселов. Интерполируемым конечным набором точек в этом случае является проекция непрерывной кривой Γ на сетку, естественно получаемая из проекции Γ на дисплей (т.е. выделенному пикселу ставится в соответствие точка сетки на плоскости). Растровый дисплей представляет собой пример достаточно мелкого разбиения, т.е. к данному случаю применимы предыдущие рассуждения об интерполяции полученного набора точек непрерывной кривой. Проецируя полученную кривую на измельченную сетку, получаем возможность ее масштабирования.

Полевой метод можно также использовать для масштабирования растрового изображения незамкнутой кривой. Рассмотрим какую-то гладкую кривую Γ и выделим область Ω, в которой будем строить линии уровня (аналоги внутреннего и внешнего контуров в предыдущем случае). Для этого проводим две прямые, направленные по нормалям в крайних точках Γ. Нужная нам область Ω ограничена этими прямыми и содержит Γ. Аналогично предыдущему, в Ω строим два контура Γ_1 и Γ_2 , равноудаленных от Γ и лежащих по разные от нее стороны. Далее как в случае с замкнутой кривой строим среднюю между Γ_1 и Γ_2 в Ω. Здесь также необходимо в построениях учитывать кривизну Γ. Дальнейшие рассуждения об интерполяции ее дискретного разбиения в общем и о масштабировании ее растровой проекции в частности полностью совпадают с подобными рассуждениями в случае замкнутой кривой.

Ключевым моментом задачи масштабирования является расчет индуцируемых некоторыми множествами полей. Эта задача допускает два подхода к решению: поточечный, когда поле рассчитывается для каждой точки отдельно, и "вертикальный", реализуемый путем сдвигов всего растрового изображения. Остановимся подробнее на последнем.

Пусть дана растровая кривая. В дальнейших рассуждениях для простоты полагаем, что евклидово расстояние между соседними по вертикали точками растровой плоскости равно единице. Рассмотрим множество точек, полученное сдвигами этой кривой вправо, влево, вверх и вниз на одну точку. Очевидно, что множество есть множество всех точек растровой плоскости, расстояние от которых до данной кривой равно единице. Отфильтровав теперь точки, лежащие внутри (вне) кривой, получим внешний (внутренний) контур уровня 1. Далее воспользуемся индукцией. Занумеруем все числа вида $d = \sqrt{x^2 + y^2}$ по возрастанию. Каждое из таких чисел d_i определяет

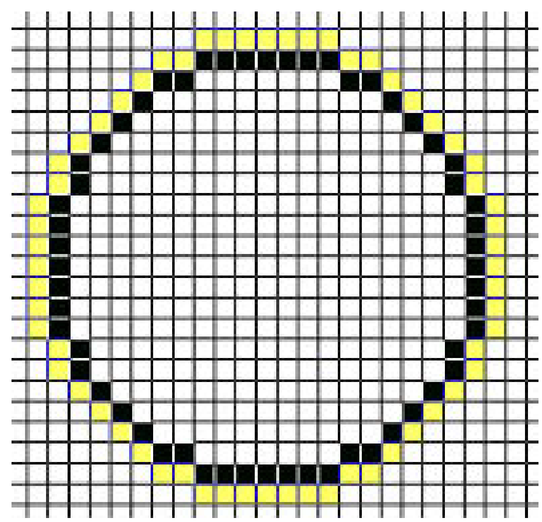

Рис.8: Схема сдвигов.

На рисунке показано, что линия уровня 1 (изображена желтым цветом) исходной кривой (черная) получаются путем четырех сдвигов последней.

конечный набор V_i целочисленных векторов длинной d_i. Пусть для всех $i \le k$ найдены все точки, значение поля в которых равно. Рассмотрим множество, полученное сдвигами нашей кривой на все векторы из V_{k+1} . Отбросив точки, значение поля в которых меньше d_{k+1} (а они нам уже все известны), получим набор точек, значение поля в которых равно d_{k+1} . Так как всевозможными сдвигами непустого множества исчерпывается вся растровая плоскость, то указанная процедура позволяет вычислить поле в любой ее точке.

Описанная процедура имеет следующую особенность: она позволяет не перебирая всех точек найти значение поля вблизи исходной кривой. Кроме того, отметим "вертикальную" реализацию операции сдвига изображения: вместо того, чтобы на на каждом условном такте загружать в процессор однобитовое значение («да» - «нет») яркости точки, а затем переносить его на одну позицию вверх, вниз и т.д. то же проделывается со многими (числом, равным разрядности процессора) точками одновременно. Сделать это можно, представив интересующую нас часть растровой плоскости в виде двумерного массива. Теперь, загрузив на каждом условном такте в процессор растровую строку, сдвигаем ее (пользуясь стандартными командами сдвига) в нужном направлении или копируем в верхнюю (или нижнюю) строку, что и даст нам четыре нужных сдвига.

Посчитав поле кривой, строим линию уровня r, естественно полагая, что ее точки удовлетворяют неравенству $|F(z)-r|<\varepsilon$, где ε - параметр доступа, выбирается таким образом, чтобы полученная линия являлась растровой проекцией непрерывной кривой (т.е. была в некотором смысле "непрерывной"), таким образом, ε не должно быть слишком малым. В то же время, увеличение ε ведет к "утолщению" линии уровней, что нежелательно. Вообще говоря, ε зависит от исходной кривой и от r.

Подобных проблем не возникает в упоминавшейся выше "квадратной" метрике. В этой метрике построение линий уровня упрощается по нескольким причинам. А именно, поле на растровой плоскости будет целочисленным, и потому линии уровня для целых r в ней считаются точно. Последний факт позволяет воспользоваться свойством: внешний (внутренний) контур уровня a от внешнего (внутреннего) контура уровня b есть контур уровня $a+b$ от исходной кривой, что существенно ускоряет расчет. Кроме того, операции с целыми числами значительно эффективней как по размеру требуемой памяти, так и по скорости исполнения их "действительных" аналогов.

Для случая "квадратной" метрики описываемый алгоритм был реализован как в своем "поточечном", так и в вертикальном виде. Результаты экспериментов, проведенных на простых примерах, позволяют предполагать преимущество в скорости второго подхода перед первым.

.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Следует обратить внимание на установление связи между дискретным заданием точек и непрерывным характером интерполянтов, что позволяет надеяться на эффективную применимость математического аппарата, как для дискретного, так и для непрерывного случаев представления геометрических объектов.

Работа частично поддержана грантами РФФИ 05-05-98006-р_обь_а, РФФИ 05-07-98011-р_обь_в, № 05-07-90057-в.

6. ЛИТЕРАТУРА

[1] Kim P.A. On a Method of Magnification of the Fragments of a Raster Image of a Line. Pattern Recognition and Image Analysis, Vol.9, No.2,1999, pp.267-268.

[2] Kim P.A., Pyatkin V.P., Rusin E.V. The Metric Approach to a Discrete Disconnected Object Recognition//Proc. of the IASTED International Conference, ACIT'2002,June 10-13,2002, Novosibirsk, Russia, p. 534-538.

[3] Kim P.A., Pyatkin V.P., Rusin E.V. Some EDT Based Algorithms for the Computational Geometry Problems Solution.. // Труды Международной конференции "Математические методы в геофизике", 8-12 октября, 2003, Новосибирск: Изд. ИВМиМГ СО РАН,2003, ч.1,-р. 100-103.

Сведения об авторе

Ким Павел Алексеевич - с.н.с., к.ф.-м.н., Лаборатория математического обеспечения обработки изображений. Институт Вычислительной Математики и Математической Геофизики.

Адрес: Новосибирск, 630090, пр-т Лаврентьева, 6, ИВМиМГ.

Тел.: 8-3833-307-332

E-mail: kim@ooi.sscc.ru

Generation of Geometrical Objects by Iterative Method

Abstract

Visualization of digital models of the objects forming a visual scene, is usually carried out on the basis of the conforming mathematical model describing a locating of objects in space with the help of the cartesian coordinates. Thus scene structure determination assumes besides knowledge of coordinates of its elements, as well others essential to positioning objects parameters, such as for example, transparency/opacity, visibility /invisibility etc. On photogrammetric image processing experience it is possible, in particular, to note nine orientation parameters which are necessary for reception of results. Happens, that some part of the information appears missed, and in this case reconstruction of a scene becomes caused by some merely formalizable actions. The certain analogy to the described situation takes place in some algorithms for image processing, for example, in algorithm for object border detecting when the border of object is indicated by the description of properties of a locality of points of scene, without binding them to concrete object or its elements. It is interesting, that the border of object may be marked as a set of the points forming a geometrical figure, and thus algorithm don't know anything about own properties of this figure. It is possible to formation border as habitual marked object by means of vectorization the constructed sequence of points, i.e.

the direct indication of frame as a sequence of the Cartesian coordinates of forming points.

The approach to the geometrical constructions that changes a role of points coordinates is considered. It is based on geometrical principles at which, the main platform for geometrical constructions are concept of the neighbourhood between points of a scene. Then the opportunity of storage of concomitant information in each point and transferring common advanced information between the next points. Operating by such space assumes presence of suitable device as which the vertical data presentation adapted for processing of images is considered. If initially W.Shooman approach is the linear design of processing, then two-dimensional treated space is considered. The points of a scene are connected by 8-neighbourhood geometry and also as the variant is considered geometry of the 6-neighbourhood. Iterative reconstruction of objects of model, provides the mechanism for construction various geometrical curves, in particular the bilinear curves. It considerably dilates functionalities of raster modeling As usually the information acting with the raster data is not structured, i.e. for pixels there is no topological information about next pixels, then iterative construction of objects simultaneously may find topological structure of a scene.

Keywords: modeling, vertical data presentation, geometrical constructions, associative operations.

About the author(s)

Pavel A. Kim, Ph.D, senior researcher

Image processing laboratory

Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics of SB RAS

6, Lavrentiev ave., 630090, Novosibirsk, Russia

Tel.: 007-3833-307-332

E-mail: kim@ooi.sscc.ru