

# Метод световых сеток для случая полупрозрачных поверхностей

В.А. Дебелов, Л.Ф. Васильева, Г.Г. Смирнова  
Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН,  
Новосибирск, Россия

Новосибирский государственный университет, Новосибирск, Россия  
[debelov@oapmg.sccc.ru](mailto:debelov@oapmg.sccc.ru), [ludvas@oapmg.sccc.ru](mailto:ludvas@oapmg.sccc.ru), [gasmii@gorodok.net](mailto:gasmii@gorodok.net)

## Аннотация

Метод световых сеток – модификация обратной лучевой рекурсивной трассировки Виттеда – исследовался для сцен, состоящих из непрозрачных поверхностей. Основное его отличие от базового метода заключается в наличии мягких теней на изображении, т.е. имитация точечных источников телесными. В данной работе описывается очередной шаг в развитии метода – рассматривается возможность его расширения для расчета изображений сцен, содержащих полупрозрачные поверхности.

**Ключевые слова:** лучевая трассировка, метод световых сеток, полупрозрачные поверхности, мягкие тени.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Метод световых сеток (МСС) был введен в работе [1]. Он работает в классической постановке для обратной рекурсивной лучевой трассировки (ОРЛТ), введенной Виттедом [2], т.е. сцена – набор непрозрачных поверхностей, освещенных несколькими точечными источниками света.

*Световая сетка* – это равномерная сетка в пространстве сцены, в точках которой собиралась обобщенная информация об освещенности этой точки пространства сцены (не объекта) видимыми из нее источниками света. Главное, в сеточных точках подсчитывалась видимость источников, взвешенная их интенсивностью и поделенная на функцию расстояния. Освещенность в изображаемых точках объектов умножалась на среднее значение в ближайших сеточных точках. Не вникая далее в особенности, отметим, что метод обеспечивал построение достаточно реалистичных изображений сцен с достаточно реалистичными мягкими тенями. Подробнее о мягких тенях см. [3]. При этом оказалось, что при значительном повышении сложности задачи расчета (число примитивов, число источников, разрешение изображения) МСС начал работать быстрее, чем ОРЛТ. Это последнее его качество казалось очень привлекательным, вроде бы его можно применять при пробных расчетах во время отладки геометрии и освещенности (цветового решения) в сцене. Но требовалось как-то объяснить пользователю связь изображений, рассчитанных по МСС и ОРЛТ.

В работах [4, 5] был предложен другой подход, когда в сеточных точках рассчитываются и хранятся шкалы видимости источников. При этом подходе модернизированный метод световых сеток уже можно стало сравнивать с ОРЛТ:

1. Если точка объекта находится далеко от границ четких теней, то оба ее изображения (по МСС и по ОРЛТ) совпадают.
2. Все четкие тени изображения по ОРЛТ выглядят размытыми (мягкими) на изображении по МСС.

3. При уменьшении шага сетки изображение по МСС сходится к изображению по ОРЛТ.

Таким образом, данное решение МСС является аппроксимацией решения ОРЛТ.

Далее, в разделе 2 мы кратко приводим формулировки ОРЛТ и МСС, опираясь на которые в разделе 3 дается формулировка МСС для сцен с полупрозрачными поверхностями. В 4-м разделе приводятся изображения, чтобы наглядно показать отличия и особенности МСС.

## 2. ЛУЧЕВАЯ ТРАССИРОВКА И МСС ДЛЯ НЕПРОЗРАЧНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Отражающие свойства непрозрачных поверхностей в достаточной мере описываются двумя коэффициентами:  $k_d$  – для

диффузного отражения,  $k_s$  – для зеркального отражения.

Одним числом мы заменяем довольно сложный график отражения – функцию от длины волны, напр., см. [6]. Тем не менее, в основе рекурсивной трассировки лежит путь, построенный на отражениях, которые от длины волны не зависят. Значит, что геометрия будет воспроизводиться правильно, а для более точного вычисления значения закраски можно производить расчет не в модели RGB, а на основе спектральных представлений. Это не сильно скажется на скоростных характеристиках ОРЛТ, ведь путь из отражений строится один раз.

Все дальнейшие формулировки достаточно записать для ахроматического случая. Основная расчетная формула ОРЛТ может быть представлена (исходя из наших задач) следующим образом:

$$U_{RT}(P) = \sum_{i=1}^{nL} V(i, P) \Omega(i, P), \quad (1)$$

где  $U_{RT}(P)$  – это искомая закраска объектной точки  $P$ ,  $nL$  – число источников,  $V(i, P)$  – видимость (0 или 1)  $i$ -го источника из точки  $P$ , а  $\Omega(i, P)$  учитывает все отражательные свойства поверхности в точке  $P$  и параметры  $i$ -го источника. Как определение точки  $P$ , так и вычисление теста на видимость  $V(i, P)$  (называемым теневым лучом), может заключаться в пересечении луча или отрезка со всеми геометрическими примитивами, из которых сконструирована сцена.

Световая сетка – это равномерная сетка точек в пространстве сцены,  $h$  – шаг сетки. Для МСС важен еще один параметр

$kI$ , определяющий интерполяционную сферу радиуса  $r = h \cdot kI$ , которая будет определена ниже.

**Шаг препроцессинга.** В каждой сеточной точке  $x$  определим маску видимости источников света  $N_x = \{V(i, x)\}_{i=1}^{nL}$ .

Введем обозначение  $N_x(i) = V(i, x)$ . Тогда расчет значения закраски по МСС  $U_{LM}(P)$  для точки  $P$  можно описать следующим алгоритмом  $\Psi$ , подробнее см. [3]:

1. Введем интерполяционное множество сеточных точек  $DLM(P)$ , в которое сначала поместим все световые точки, лежащие внутри сферы с центром в  $P$ , т.е.  $\|x_k - P\| \leq kI \cdot h$ .
2. Отбросим те  $x_k$ , которые лежат с невидимой стороны непрозрачной поверхности, т.е.  $(\vec{n}(P), x_k - P) \leq 0$ , здесь  $\vec{n}(P)$  – нормаль в точке  $P$ .
3. Отбросим те  $x_k$ , которые невидимы из точки  $P$ , т.е. заслоняются другими поверхностями сцены. Таким образом, для всех оставшихся точек выполняется условие видимости  $V(x_k, P) = 1$ .
4. Получили  $DLM(P) = \{x_1, \dots, x_m\}$ .
5. Если  $DLM(P) \neq \emptyset$  (т.е.  $m > 0$ ), то вычисляем следующее выражение:

$$U_{LM}(P) = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \left[ \sum_{i: N_x^k(i)=1} \Omega(i, P) \right]. \quad (2)$$

6. Если  $DLM(P) = \emptyset$ , то мы применим формулу (1), т.е. стандартный алгоритм ОРЛТ.

### 3. ОСОБЕННОСТИ ЛУЧЕВОЙ ТРАССИРОВКИ ПРИ НАЛИЧИИ ПОЛУПРОЗРАЧНОСТИ

Совсем другая ситуация, когда в сцене присутствуют полупрозрачные поверхности. Здесь по Виттеду рекурсивная трассировка означает не путь из отражений, а дерево, в каждом узле которого кроме зеркального отражения строится направление преломления. И вводится еще один коэффициент  $k_t$ , отвечающий за ослабление интенсивности луча, пришедшего с "направления преломления". При расчете на основе модели RGB, как правило, специфицируется некоторый коэффициент преломления света, чтобы можно было применить закон Снеллиуса и построить путь преломленного луча. Можно предположить, что для получения более точного значения закраски достаточно повторить методику, изложенную выше для непрозрачных поверхностей, т.е. построить дерево один раз и рассчитывать закраску на основе спектральных представлений. Оказывается, что это в принципе неверно, т.к. имеет место так называемая *оптическая дисперсия* [7], когда направление преломленного луча зависит от длины волны света. Мы не будем рассматривать вопрос насколько это серьезно нарушает реализм, точнее – физическую

корректность. Можно заметить, что в работах по ОРЛТ, как правило, опускается подробное рассмотрение того, как вычисляется локальная освещенность в объектной точке при наличии в сцене полупрозрачных поверхностей. В стандартном ОРЛТ Виттеда расчет функции  $V(i, P)$  делается на основе перемножения коэффициентов прозрачности поверхностей пересекаемых отрезком от  $i$ -го источника до точки  $P$ , т.е. без учета преломлений. Физически корректный подход требует построения пути от источника до объектной точки с учетом преломлений луча на каждой из поверхностей.

Теперь перепишем формулу для локальной освещенности точки по ОРЛТ:

$$U_{RT}(P) = \sum_{i=1}^{nL} \left( \sum_{j=1}^{nJ(i)} v(i, j, P) \cdot \Omega'(i, j, P) \right), \quad (3)$$

где  $nJ(i)$  – число путей, по которым луч света из  $i$ -го источника может попасть в точку  $P$ ; путь может быть прямолинейным (если от источника до точки  $P$  нет полупрозрачных объектов) или ломаной линией (если есть полупрозрачные объекты, преломляющие лучи света);

$v(i, j, P)$  – функция видимости  $i$ -го источника для  $j$ -го пути из точки  $P$ . Если источник виден, то  $v(i, j, P) = 1$ ; если на пути есть хотя бы один непрозрачный объект, то источник не виден и  $v(i, j, P) = 0$ ; если на пути  $j$  к источнику находятся  $nT$  полупрозрачных поверхностей, то  $v(i, j, P) = \prod_{t=1}^{nT} kt_t$ , где  $kt_t$  – коэффициенты полупрозрачности этих поверхностей.

$\Omega'(i, j, P)$  – функция освещенности, зависящая от отражающих свойств материала поверхности и интенсивности источников света с учётом ослабления из-за расстояния и пути  $j$ .

### 4. МЕТОД СВЕТОВЫХ СЕТОК ПРИ НАЛИЧИИ ПОЛУПРОЗРАЧНОСТИ

Для перехода от ОРЛТ к МСС модифицируем формулу (3) аналогично тому, как это делалось в разделе 2.

Шаг препроцессинга более сложный, т.к. в каждой сеточной точке видимость источника не просто 0 или 1. В каждой сеточной точке  $x_j$  для  $i$ -го источника ( $i$  от 1 до  $nL$ ) определяется значение функции видимости  $v(i, x_j)$  по формуле:

$$v(i, x_j) = u(i, x_j) + \sum_{k=1}^{nK} \left( \prod_{p=1}^{nP(k)} kt_p \right), \quad (4)$$

Где  $u(i, x_j)$  – функция видимости без учёта полупрозрачности. Для определения её значения пускаем из сеточной точки лучи в направлении к источнику. Если на пути луча к

источнику объектов нет, то  $u(i, x_j) = 1$ , иначе  $u(i, x_j) = 0$ . Далее находим, попадают ли в сеточные точки лучи, преломлённые через полупрозрачные объекты.

$nK$  – число путей из преломлённых лучей, попавших в сеточную точку  $x_j$ .

$nP(k)$  – число полупрозрачных поверхностей, через которые прошёл  $k$ -ый луч.

$$U_{LM}(P) = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \left( \sum_{i=1}^{nL} v(i, x_j) \cdot \tilde{\Omega}(i, P) \right), \quad (5)$$

где  $m$  – число сеточных точек, принадлежащих интерполяционному множеству объектной точки  $x$ ;  $nL$  – число точечных источников света;  $v(i, x_j)$  – функция видимости сеточной точки  $x_j$  для  $i$ -го источника;  $\tilde{\Omega}(i, P)$  – функция освещённости, зависящая от отражающих свойств материала поверхности и интенсивности источника  $i$ .

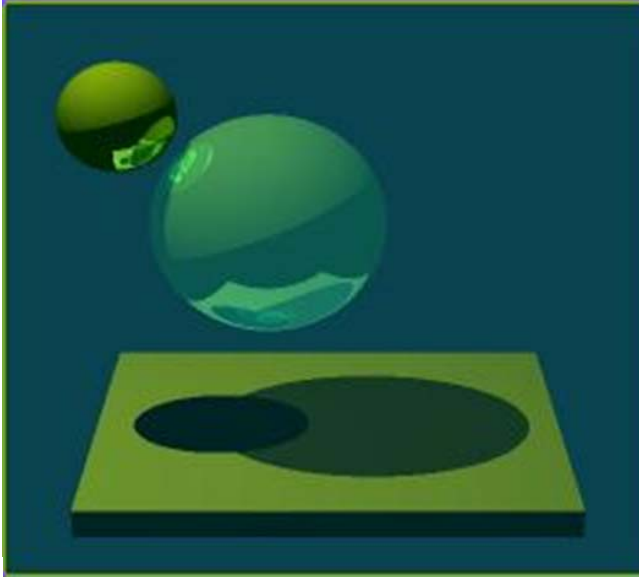


Рис. 1. ОРЛТ без учёта преломления

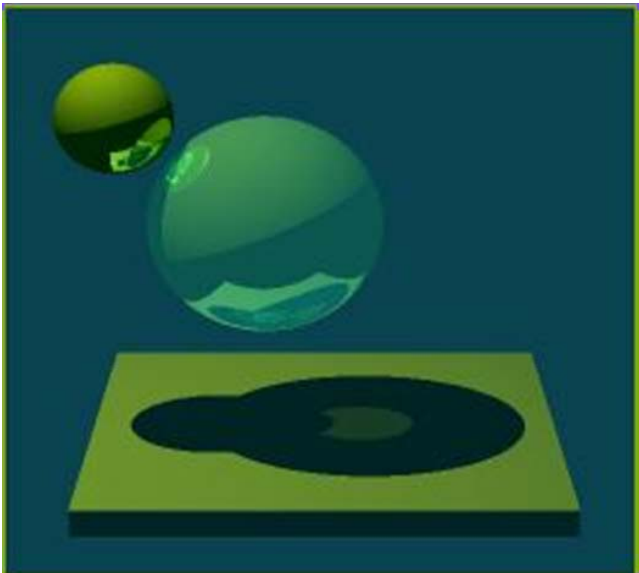


Рис. 2. ОРЛТ с учётом преломления

$kt_p$  – коэффициент полупрозрачности  $p$ -ой поверхности.

Выбор интерполяционного множества выполняем также по алгоритму  $\Psi$  (раздел 2). А вместо формулы (2) записываем следующую:

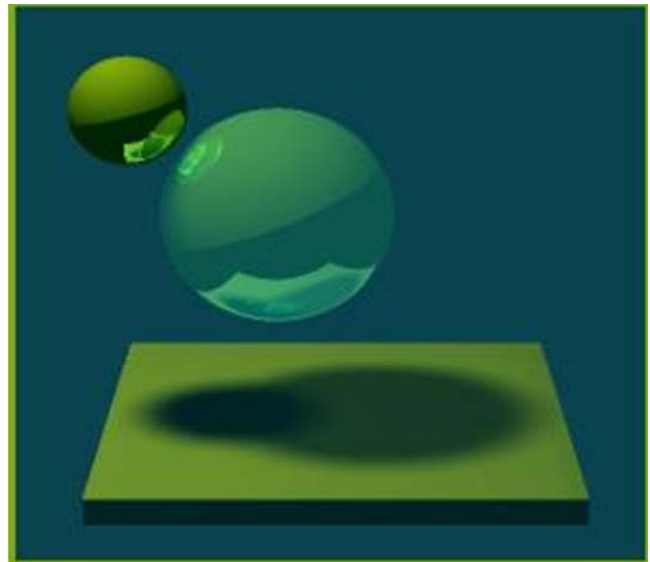


Рис. 3. МСС без учёта преломления

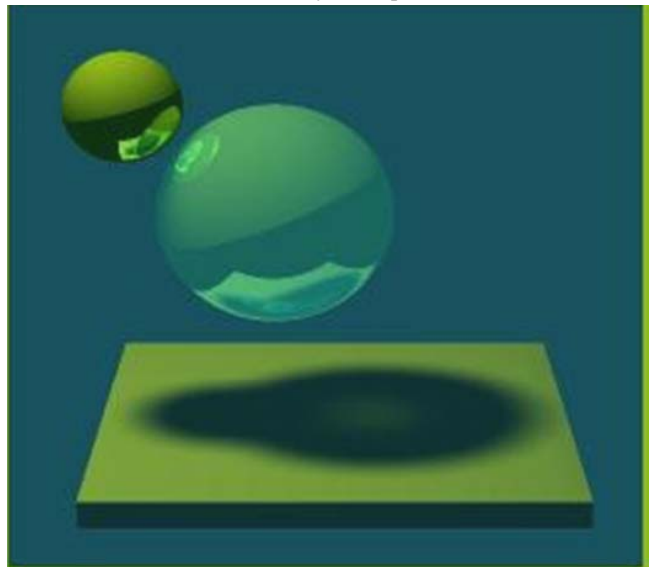


Рис. 4. МСС с учётом преломления

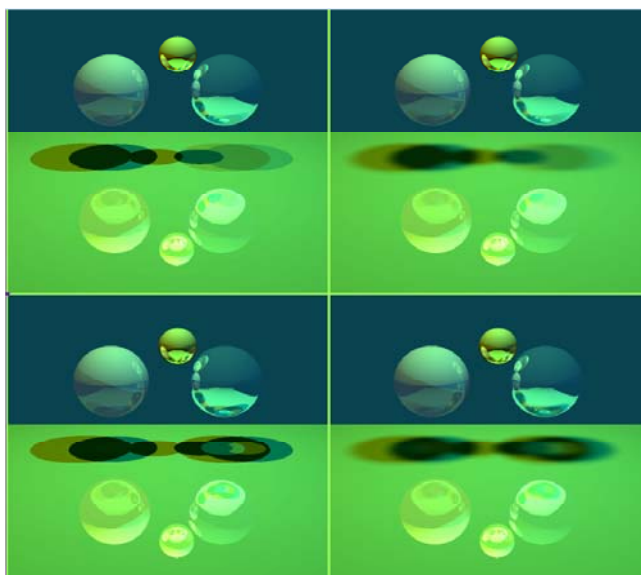
## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Очевидно, что любая модификация должна подтверждаться еще и численным экспериментом. Лучевая трассировка ОРЛТ дает довольно приближенное решение для задачи глобальной

освещенности в связи с неучетом диффузных переотражений. Формально решение МСС (5) в асимптотике сходится к решению ОРЛТ (3) при стремлении шага сетки и радиуса интерполяционной сферы к нулю. Иллюстрации, приведенные ниже показывают, что МСС дает достаточно реалистичные изображения.

Первый пример – это простая модельная сцена, состоящая из одного источника света и трёх примитивов – непрозрачной сферы радиуса 1, полупрозрачной сферы радиуса 2 с коэффициентом полупрозрачности и коэффициентами преломления и бокса, на который ложатся тени от этих сфер. На рис. 1 – 4 показано как будет выглядеть эта сцена, рассчитанная по ОРЛТ и МСС с учетом и без учета преломления.

На рис. 5 даны изображения сцены, включающей одну непрозрачную сферу и две полупрозрачных с разными коэффициентами прозрачности.



**Рис. 5.** ОРЛТ без учёта преломления (сверху, слева), ОРЛТ с учётом преломления (снизу, слева), МСС без учёта преломления (сверху, справа) и МСС с учётом преломления (снизу, справа)

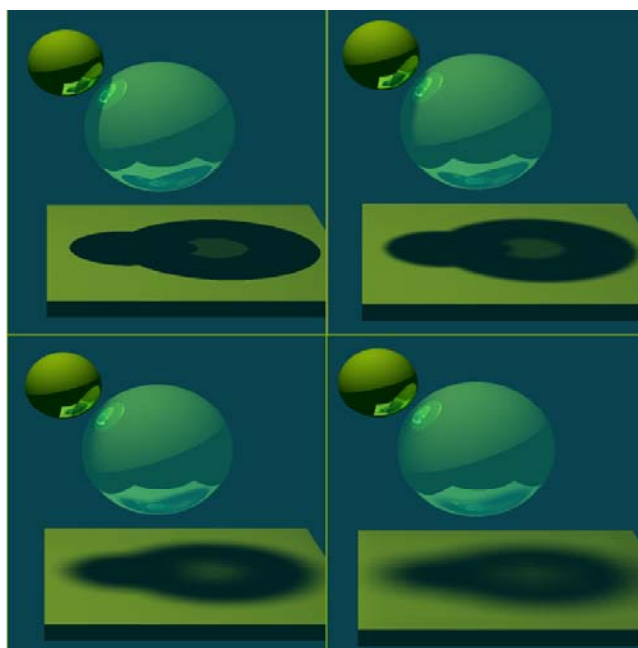
На данном примере видны различия в яркости теней от объектов с разными коэффициентами полупрозрачности.

При уменьшении шага световой сетки метод световых сеток сходится к методу ОРЛТ, на рис. 6 представлены изображения первой сцены по методу ОРЛТ (сверху, слева), по МСС с шагом 0.05 (сверху, справа), по МСС с шагом 0.15 (снизу, слева) и по МСС с шагом 0.3 (снизу, справа). Видно, что при уменьшении шага сетки, изображение, полученное по МСС, приближается к изображению, полученному по методу ОРЛТ.

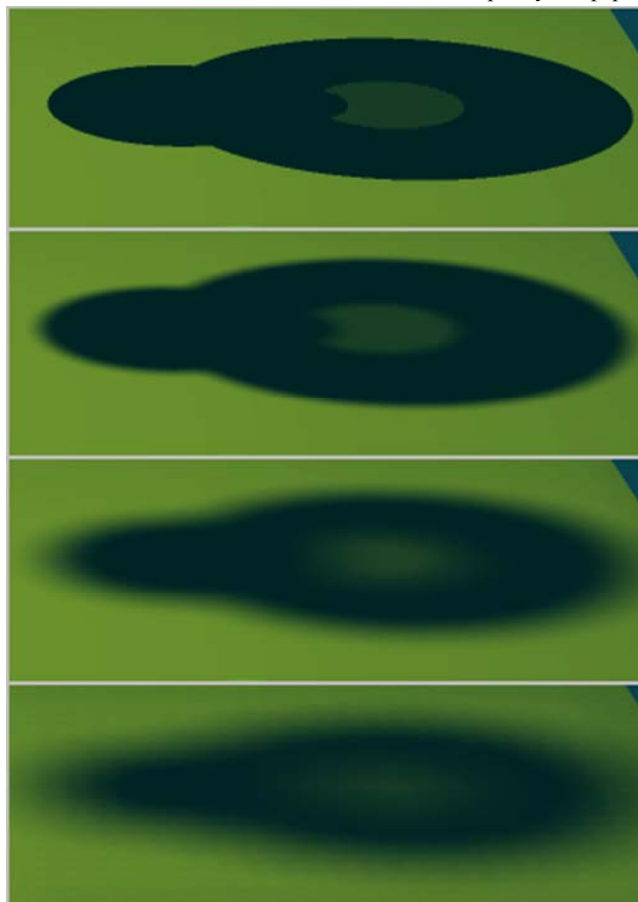
Варьируя шаг сетки, можно получать более мягкие или более чёткие тени, а варьируя величину радиуса интерполяционной сферы можно регулировать область полутени (рис. 7, 8).

### Благодарности

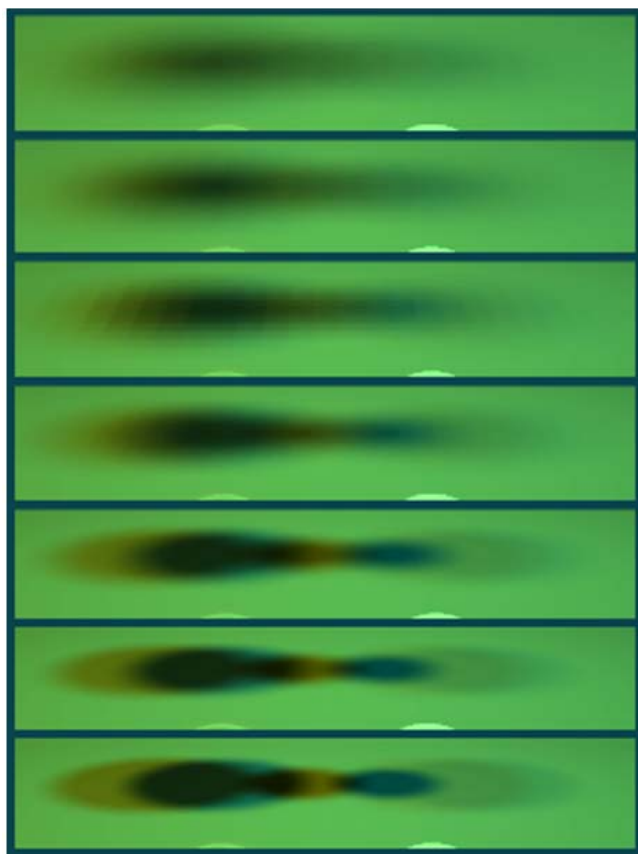
Данная работа выполнялась по тематике программы 14 Президиума РАН и при частичной финансовой поддержке РФФИ по грантам № 06-07-89216 и № 05-01-01028.



**Рис. 6.** Зависимость от шага световой сетки и радиуса сферы



**Рис. 7.** Зависимость от шага световой сетки



**Рис. 8.** Зависимость от радиуса интерполяционной сферы  
В заключение отметим, что поиск путей в рассмотренных примерах осуществлялся аналитически. Очевидно, что для произвольной сцены эта задача неподъемна. Тем не менее примеры показали, что применение метода световых сеток без учета преломления теневых лучей дает вполне реалистичные изображения для сцен с полупрозрачными поверхностями. Размытие четких границ позволяет пользователю имитировать *неточечные* источники и, таким образом, метод световых сеток может использоваться вместе и вместо стандартной лучевой трассировки Виттеда.

## 6. БИБЛИОГРАФИЯ

- [1] Дебелов В.А., Севастьянов И.М. *Оригинальный подход к имитации мягких теней и учету диффузных переотражений в лучевой трассировке* // Тр. 11-й междунар. конф. по компьютерной графике и машинному зрению Графикон'2001. – Нижний Новгород, 2001. – С. 18–24.
- [2] Whitted T. *An Improved Illumination Model for Shaded Display* / *Commun. ACM.* – 1980. – Vol. 23, № 6. – P. 343–349.
- [3] Debelov V.A., Sevastyanov I.M. *Soft shadows as interpolation of visibility* // *Future Generation Computer Systems.* – 2004. – Vol. 20, № 8. – P. 1299–1315.
- [4] Дебелов В.А. Васильева Л.Ф. *Аппроксимация решения алгоритма лучевой трассировки при синтезе реалистических изображений* // Междунар. научно-практич. конфер. "Связь-2004". Материалы семинара "Вычислительные методы и решение оптимизационных задач". 22-29 авг. 2004, Искык-Куль. – С. 64–69.

[5] Дебелов В.А. Васильева Л.Ф. Новиков И.Е. *Развитие метода световых сеток для алгоритма лучевой трассировки: аппроксимация решения, реализация на графическом акселераторе* // Тр. 15-й междунар. конф. по компьютерной графике и ее приложениям Графикон'2005. – Новосибирск, 2005. – С. 355–359.

[6] Foley J., Van Dam A., a.o. *Computer Graphics Principles and Practice / 2nd Edition.* – Addison Wesley, 1990. [2].

[7] Дебелов В.А. Саттаров М.А. *Модели и алгоритмы для фотореалистической визуализации сцен с кристаллами* // Тр. 15-й междунар. конф. по компьютерной графике и ее приложениям Графикон'2005. – Новосибирск, 2005. – С. 348–354.

## Об авторах

**Дебелов Виктор Алексеевич** – доктор технических наук, ведущий научный сотрудник лаборатории численного анализа и машинной графики Института вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, профессор Новосибирского государственного университета (читает курс лекций по машинной графике).

E-mail: [debelov@oapmg.sccc.ru](mailto:debelov@oapmg.sccc.ru).

**Васильева Людмила Федоровна** – кандидат физ.-мат. наук, старший научный сотрудник той же лаборатории.

E-mail: [ludvas@oapmg.sccc.ru](mailto:ludvas@oapmg.sccc.ru).

**Смирнова Галина Геннадьевна** – студентка НГУ,

E-mail: [gasmii@gorodk.net](mailto:gasmii@gorodk.net).

## Light meshes method and semitransparent surfaces

### Abstract

The light meshes method (LMM) is a modification of a light backwards recursive ray tracing algorithm (RRTA). LMM was investigated for 3D scenes consisting of opaque surfaces. The main difference between LMM and RRТА results in soft shadows from point lights which are simulated due to LMM features. The given work is devoted to possibility to extend LMM for the scenes with semitransparent surfaces.

**Keywords:** Ray tracing, Light mesh, transparent surface, soft shadow.

### About the author(s)

**Victor A. Debelov** is a doctor of technical sciences and holds position of leading researcher at Computer Graphics Lab. of the Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics (<http://www.sccc.ru>). Also he is a professor at Novosibirsk State University.

E-mail: [debelov@oapmg.sccc.ru](mailto:debelov@oapmg.sccc.ru).

**Liudmila F. Vassilieva**, Ph.D., holds position of senior researcher at the same Lab.

E-mail: [ludvas@oapmg.sccc.ru](mailto:ludvas@oapmg.sccc.ru).

**Galina Smirnova** are students of Novosibirsk State University.

E-mail: [gasmii@gorodk.net](mailto:gasmii@gorodk.net).