

Сравнение однолистных поверхностей полученных при 3D сканировании

Наталья Дышкант, Леонид Местецкий
Факультет Вычислительной математики и кибернетики
Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова, Москва, Россия
nfd3001@gmail.com, l.mest@ru.net

Аннотация

В статье описывается метод решения задачи сравнения однолистных (или монотонных) поверхностей, заданных облаком точек. Под монотонной поверхностью понимается поверхность, для которой существует направление, относительно которого она является самонепересекающейся. Такие поверхности получаются при трехмерном сканировании объектов. Полученное облако точек можно рассматривать как функцию двух переменных, заданную на дискретной нерегулярной сетке. Предлагается подход к построению меры различия пары таких поверхностей, использующий триангуляции Делоне каждой из сеток, общую триангуляцию Делоне, построенную на объединении обеих сеток, интерполяцию функций на основе локализации триангуляций друг в друге и сравнение функций на отдельных гранях общей триангуляции. Локализация триангуляций друг в друге осуществляется на основе их минимальных остовных деревьев.

Рассматриваются приложения алгоритма к задаче анализа трехмерных портретов человеческих лиц – сравнение лиц и оценка асимметрии.

Ключевые слова: Триангуляция Делоне, минимальное остовное дерево, нерегулярная сетка, интерполяция функций, локализация точки в триангуляции, сравнение поверхностей, асимметрия лица.

1. ВВЕДЕНИЕ

Существует способ получения поверхностей на основе 3D сканирования (<http://www.artec-group.com/#technology>) (рис.1). Эта поверхность может быть рассмотрена как однолистная двумерная функция относительно оси визирования.

Будем называть поверхность однолистной или *монотонной по отношению к некоторой оси*, если любая прямая, параллельная этой оси, пересекает поверхность не более чем в одной точке. Таким образом, монотонная поверхность является самонепересекающейся относительно некоторого направления. Получаемые при сканировании поверхности монотонны по отношению к оси визирования. Заметим, что непрерывность поверхности, вообще говоря, не предполагается.

Поверхность, полученная с помощью трехмерного сканирования, описывается в виде облака точек, которое можно рассматривать как *однозначную* функцию двух переменных, заданную на некотором дискретном множестве.

В компьютерном зрении существует необходимость в точных и эффективных алгоритмах вычисления меры различия

поверхностей. При решении задач классификации поверхностей, восстановления общей поверхности по съемке ее отдельных фрагментов и др. необходимо сравнивать поверхности между собой. В частности, имеется потребность в сравнении поверхностей, описываемых функциями двух переменных на разных дискретных множествах точек.

Известно несколько подходов к проблеме сравнения поверхностей. Использование карт кривизны (Curvature Maps) основывается на построении изолиний в окрестностях определенных точек поверхности с последующим сравнением поверхностей по этим картам [1]. Идея метода выделения главных компонент (Principal Component Analysis - PCA), заключается в разложении векторов изображения поверхности по системе собственных векторов, соответствующих наибольшему собственному значению (см. [2]). Эти методы требуют значительного объема вычислений, что приводит к большим затратам процессорного времени, неприемлемым для систем компьютерного зрения, работающих в реальном времени.

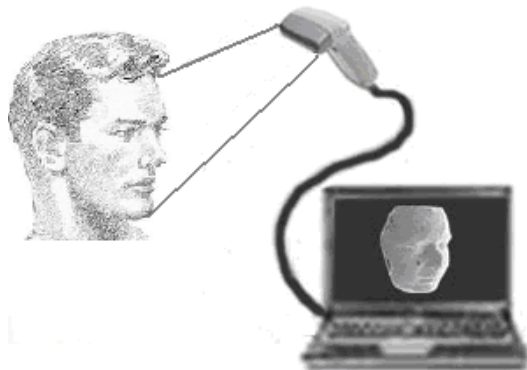


Рис. 1: Получение трехмерной модели человеческого лица

Предложенный нами метод обеспечивает очень точное сравнение поверхностей, учитывая все их детали. В качестве метрики для оценки сходства поверхностей предлагается использовать объем пространства между триангулированными поверхностями. Допускается также использование «взвешенного» объема. В этом случае сходство некоторых участков поверхностей будет иметь больший вес, чем сходство других. Пусть две поверхности заданы функциями $f(x, y)$ и $g(x, y)$ на дискретных множествах Ω_1 и Ω_2 соответственно, при этом оба множества содержатся внутри некоторого общего прямоугольника R ; функция $\mu(x, y)$ определяет плотность различных фрагментов поверхности с точки зрения важности их сходства. Пусть функции $\hat{f}(x, y)$ и $\hat{g}(x, y)$ - непрерывные на R аналоги функций $f(x, y)$ и $g(x, y)$, полученные в

результате интерполяции, т.е. $f(x, y) = \hat{f}(x, y)$ на Ω_1 и $g(x, y) = \hat{g}(x, y)$ на Ω_2 . Тогда в качестве меры различия поверхностей возьмём величину:

$$\Delta(f, g) = \iint_R \left| \hat{f}(x, y) - \hat{g}(x, y) \right| \mu(x, y) dx dy. \quad (1)$$

Проблема вычисления этой меры заключается в построении высокоэффективного алгоритма, обеспечивающего хорошую точность. Приемлемая точность может быть получена путём кусочно-линейной аппроксимации поверхностей по треугольникам, заданным триангуляциями Делоне дискретных сеток [5]. Но при этом возникает проблема эффективного вычисления меры (1) для таких функций, поскольку триангуляции имеют разные множества узлов.

Известные подходы к проблеме сравнения кусочно-линейных функций, заданных на разных триангуляциях, использующие хеширующие функции [3], имеют квадратичную вычислительную сложность в худшем случае, т.е. приводят к слишком большому объёму вычислений.

Наш метод основан на построении новой триангуляции Делоне объединения обеих дискретных сеток. Поскольку объединение триангуляций при этом осуществляется за линейное время [9], общее время вычисления меры (1) оказывается соизмеримым с временем построения триангуляций Делоне $O(N \log N)$, где N – общее число узлов в обеих сетках. Таким образом, предлагаемый метод позволяет избежать квадратичного перебора при сравнении поверхностей, что определяет его достоинство и новизну.

В качестве приложения метода рассматриваются задачи сравнения поверхностей человеческих лиц, получаемых при 3D сканировании в виде облаков точек. Такие задачи, возникающие при биометрической идентификации личности, при оценке асимметричности человеческого лица, требуют введения метрики для сравнения 3D портретов.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Математическая задача имеет следующее содержание.

Будем называть нерегулярной двумерной (плоской) сеткой G конечное множество точек из пространства R^2 : $G = \{ (x_i, y_i) \in R^2 \mid i = 1, \dots, N \}$. Пусть даны две нерегулярные двумерные сетки $G_1 = \{ (x_i^1, y_i^1) \}_{i=1}^{N_1}$ и $G_2 = \{ (x_i^2, y_i^2) \}_{i=1}^{N_2}$ с заданными на них функциями F_1 и F_2 . Функции заданы наборами своих значений $\{f_i^1\}_{i=1}^{N_1}$ и $\{f_i^2\}_{i=1}^{N_2}$ в соответствующих точках: $f_i^1 = F_1(x_i^1, y_i^1)$ и $f_i^2 = F_2(x_i^2, y_i^2)$. При этом оба множества G_1 и G_2 содержатся внутри некоторого общего прямоугольника $R = \{ (x, y) \in R^2 \mid x \in [a_1, a_2], y \in [b_1, b_2] \}$. В вершинах этого прямоугольника значения функций F_1 и F_2 положим равными 0.

Требуется разработать эффективный метод сравнения функций по мере (1), заданных таким образом.

3. АЛГОРИТМЫ

Предлагаемый метод решения задачи состоит в следующем:

1. на обеих сетках строятся триангуляции Делоне;
2. каждая из сеток локализуется в триангуляции другой сетки;
3. каждая из функций линейно интерполируется по другой сетке, т.е. вычисляются её значения в точках другой сетки на основе линейной интерполяции;
4. строится общая триангуляция Делоне на основе слияния неразделенных триангуляций двух сеток;
5. после этого в каждой точке общей сетки известны значения *двух* функций, и можно производить операцию сравнения на отдельных ячейках общей сетки, анализируя расположения пространственных треугольников, заданных функциями, относительно друг друга.

3.1 Построение триангуляций Делоне

Триангуляция является триангуляцией Делоне, если выполнено следующее условие: внутри окружности, описанной вокруг любого построенного треугольника, нет ни одной из N заданных точек триангуляции (см. рис.2).

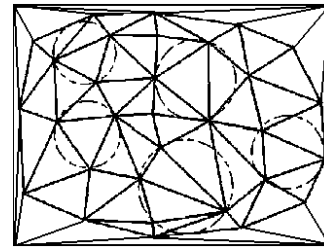


Рис. 2: Триангуляция Делоне

Для построения триангуляции используется алгоритм, описанный в [4] и [5], в основе которого лежит парадигма рекурсивной декомпозиции («разделяй и властвуй»): разделение исходного множества на два примерно равных подмножества, рекурсивное построение триангуляций этих подмножеств и слияние двух разделенных триангуляций.

Вычислительная сложность данного алгоритма $O(N \log N)$.

3.2 Локализация точки в триангуляции

Локализовать точку Q в триангуляции Делоне T означает указать треугольник триангуляции, содержащий внутри себя эту точку. В тех случаях, когда точка Q совпадает с вершиной триангуляции T или принадлежит одному из ее ребер, можно указать любой из инцидентных данной вершине или данному ребру треугольников. В рассматриваемой нами задаче точка Q , являющаяся вершиной одной триангуляции, локализуется в другой триангуляции T . Так как по условию обе триангуляции заключены в прямоугольник, то точка Q не может заходить за границы T , и локализация всегда корректна.

Идея алгоритма, с помощью которого решается задача локализации точки, состоит в выборе некоторой начальной точки M , локализация которой в триангуляции известна, и постепенном переходе от Q к M вдоль прямой (MQ) . При

этом на каждом шаге осуществляется переход на смежный (соседний по стороне) треугольник.

Таким образом, в процессе локализации точки, строится путь из треугольников триангуляции, каждый из которых (кроме начального) является смежным с предыдущим – *путь локализации*. На рисунке 3 показаны треугольники, принадлежащие пути локализации.

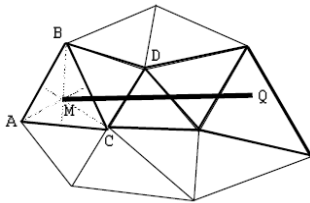


Рис. 3: Локализация точки в триангуляции: точка M выбрана как центр пересечения медиан начального треугольника

Трудоемкость локализации одной точки определяется количеством расположенных вдоль отрезка $[MQ]$ треугольников и составляет $O(\sqrt{N})$ в среднем и $O(N)$ в худшем случае.

3.3 Локализация сетки в триангуляции

Локализовать двумерную сетку в триангуляции означает локализовать все точки данной сетки в этой триангуляции. Эту задачу будем решать, последовательно локализуя её точки так, как описано в 3.2.

Очевидно, что вычислительные затраты на локализацию в этом случае пропорциональны числу треугольников, которые пересекаются путями локализации. С этой точки зрения желательно выбрать эти пути таким образом, чтобы их суммарная длина была наименьшей. Такой выбор может быть обеспечен на основе построения минимального остовного дерева соответствующей дискретной сетки.

Остовным деревом конечного множества точек называется ациклический связный прямолинейный граф, вершинами которого являются все точки исходного множества. Евклидовым минимальным остовным деревом (ЕМОД) называется остовное дерево, имеющее наименьшую суммарную длину рёбер. Известно, что на плоскости ЕМОД является подграфом триангуляции Делоне и может быть получено из неё за время $O(N)$ [4].

Воспользуемся ЕМОД для локализации одной сетки в триангуляции Делоне другой сетки. В этом случае пути локализации проходят вдоль рёбер остовного дерева.

Алгоритм локализации следующий. Начав с первой точки, локализованной по методу, описанному в п.3.2, будем последовательно перебирать рёбра ЕМОД, у которых одна вершина уже локализована, а вторая нет. Для каждого такого ребра локализуем вторую вершину, при этом путь локализации совпадает с ребром. Так как остовное дерево не содержит в себе циклов и проходит через все узлы сетки G , процесс последовательной локализации не заикнется и произведет локализацию всех точек сетки.

Пример локализации сетки на основе ЕМОД представлен на рис.4.

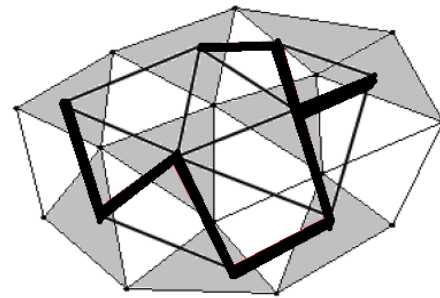


Рис. 4: Локализация сетки в триангуляции с помощью ЕМОД

Заметим, что линейное время построения ЕМОД из триангуляции Делоне достигается благодаря операции чистки, предложенной Черитонов и Тарьяном в [6], и использованию структуры данных «фибоначчиева куча», введенной Фредманом и Тарьяном [7], [8].

Экспериментальные оценки показали, что вычислительная сложность этапа локализации сетки в среднем есть $O(N)$.

Таким образом, на основе построения и обхода ЕМОД каждая из сеток G_1 и G_2 локализуется в триангуляции другой сетки, что даёт возможность решить задачу интерполяции функции, заданной на одной сетке, в точках другой сетки.

3.4 Интерполяция функций

Пусть точка $V_0(x_0, y_0)$ локализована в некотором треугольнике $\Delta(V_1(x_1, y_1), V_2(x_2, y_2), V_3(x_3, y_3))$, в точках которого задана функция F (см. рис.5a): $F(x_1, y_1) = f_1$, $F(x_2, y_2) = f_2$, $F(x_3, y_3) = f_3$.

Для интерполяции значения функции F в точке V_0 будем использовать линейную интерполяцию, которая соответствует поверхности, заданной триангуляцией Делоне: $f_0 = \lambda_1 f_1 + \lambda_2 f_2 + \lambda_3 f_3$, где $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \geq 0$ и

$$\begin{cases} x_0 = \lambda_1 x_1 + \lambda_2 x_2 + \lambda_3 x_3 \\ y_0 = \lambda_1 y_1 + \lambda_2 y_2 + \lambda_3 y_3 \\ 1 = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 \end{cases}$$

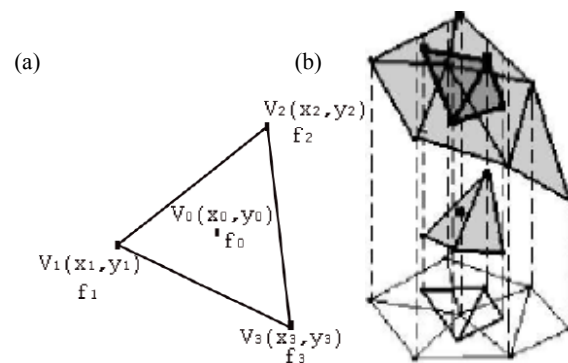


Рис. 5: Линейная интерполяция функций

Результаты работы данного метода показаны на рисунке 6. Цифрой 1 обозначена триангулированная поверхность, заданная функцией F_1 на сетке G_1 , цифрой 2 – триангулированная поверхность, заданная функцией F_2 на

сетке G_2 , цифрой 3 – поверхность, полученная с помощью интерполяции функции F_2 на сетку G_1 . Из рисунков видно, что триангуляции, обозначенные цифрами 2 и 3, задают одну и ту же поверхность (нижнюю).

Вычислительная сложность этапа интерполяции сетки есть $O(N)$.

С помощью описанного метода значения функции F_1 интерполируются во всех точках двумерной сетки G_2 , а значения функции F_2 – в точках сетки G_1 .

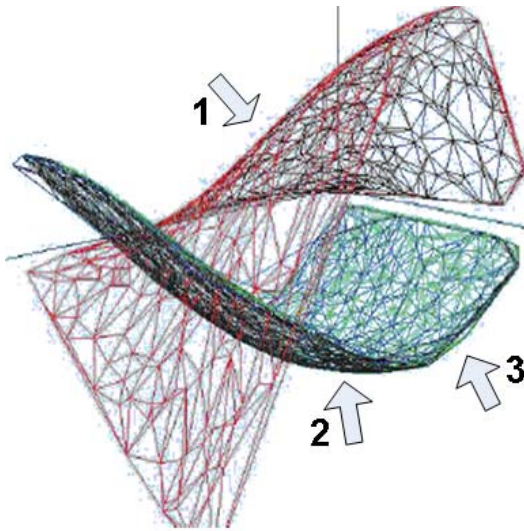


Рис. 6: Линейная интерполяция функций: $N_1 = N_2 = 1000$

3.5 Сравнение функций на ячейках общей сетки

Теперь в каждой точке обеих сеток известны значения двух функций: одно из них было задано, а второе получено в результате интерполяции.

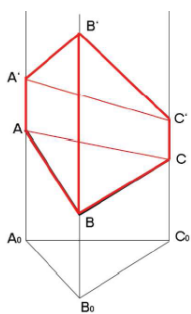


Рис. 7: $\Delta A_0 B_0 C_0$ – треугольник общей триангуляции, ΔABC и $\Delta A'B'C'$ – треугольники, такие что $AA' \parallel BB' \parallel CC' \parallel Oz$ и координаты их вершин по оси Oz равны значениям функций F_1 и F_2 в этих точках

Построим на точках обеих сеток общую триангуляцию Делоне. Используя алгоритм, описанный в [9], объединение триангуляций Делоне двух неразделённых множеств точек можно осуществить за линейное время.

На рисунке 8 изображен некоторый треугольник $\Delta A_0 B_0 C_0$ общей триангуляции. Мера (1) применительно к этому

треугольнику представляет собой объем разности между призмами $\Delta A_0 B_0 C_0 ABC$ и $\Delta A_0 B_0 C_0 A'B'C'$. А общая мера различия функций получается суммированием по всем треугольникам $\Delta A_0 B_0 C_0$ общей триангуляции.

Пусть a, b, c – разность координат по оси Oz точек A' и A, B' и B, C' и C соответственно. Все возможные случаи пространственного расположения треугольников показаны на рисунке 8. Для подсчета объема разности между призмами нужно считать либо объем пирамиды – треугольной или четырехугольной (см. рис. 8a-c), либо складывать объемы двух треугольных пирамид (см. рис. 8d), либо складывать объемы треугольной пирамиды и клина (см. рис. 8e), при этом объем клина ищется в виде суммы объемов четырехугольной и треугольной пирамид (см. рис. 8f).

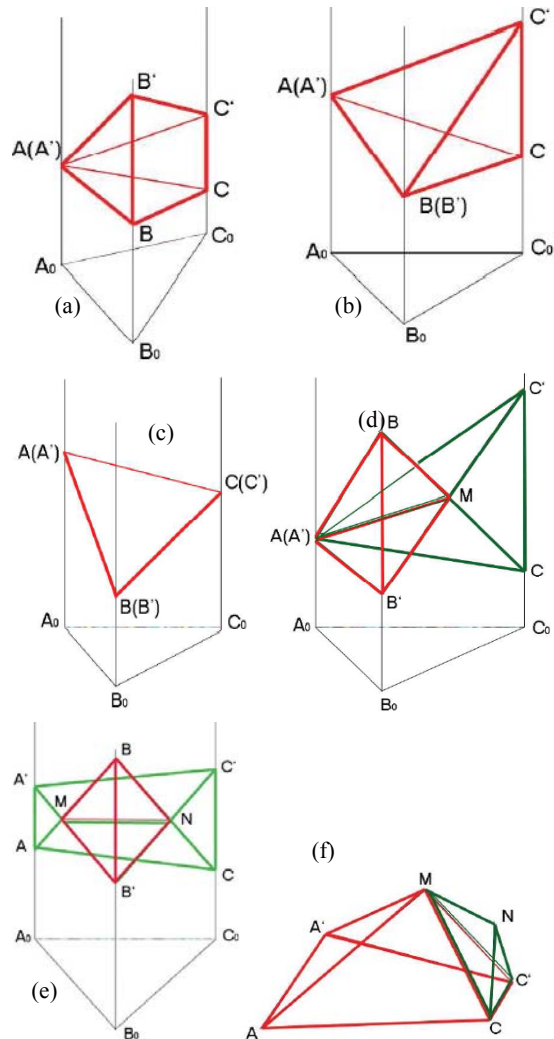


Рис. 8: Сравнение функций, заданных в трех точках: (a) $a = 0, b > 0, c > 0$; (b) $a = 0, b = 0, c > 0$; (c) $a = 0, b = 0, c > 0$; (d) $a = 0, b < 0, c > 0$; (e) $a > 0, b < 0, c > 0$; (f) объем клина как сумма объемов четырехугольной и треугольной пирамид.

4. ЗАДАЧА СРАВНЕНИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ ЛИЦ

Описанный метод сравнения поверхностей был практически реализован и применён к решению двух задач, требующих

сравнения трехмерных портретов человеческих лиц: задача биометрической идентификации личности и оценка асимметрии человеческого лица.

4.1 Сравнение трехмерных портретов

Известно, что получение качественной трехмерной модели лица возможно при использовании стереоскопической системы с применением структурированной подсветки (см. [10]-[12]). Такого рода системы компьютерного зрения интенсивно разрабатываются в настоящее время.

Трехмерный портрет лица, полученный в результате сканирования, представлен в виде облака точек. При фронтальном положении камеры поверхность лица можно рассматривать как однозначную функцию двух переменных $z = F(x, y)$ в некоторой системе координат, в которой ось Oz направлена вдоль оси визирования, ось Oy направлена вертикально вверх (считается, что человек при сканировании сидит или стоит и держит голову прямо), а ось Ox расположена так, чтобы образовалась правая система координат (рис.9). Дополнительно будем считать, что ось Oz проходит через кончик носа, т.е. координаты x и y кончика носа равны нулю. Тогда метрика для измерения сходства поверхностей основывается на сравнении двух функций, заданных на разных нерегулярных двумерных сетках.

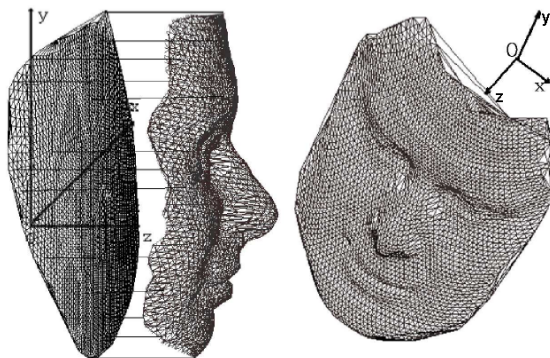


Рис. 9: Триангулированная поверхность лица

В таблице 1 приведены затраты времени для различных этапов алгоритма при сравнении двух поверхностей. При этом использовались трехмерные портреты, состоящие примерно из 3000 точек. Эти и описанные далее вычислительные эксперименты проводились на машине с процессором AMD Athlon 2600+ и оперативной памятью 512 Мб.

Предложенный алгоритм сравнения поверхностей оказывается эффективным, что позволяет искать положение, при котором маски совпадают наилучшим образом (см. рис. 10). Необходимость в поиске такого положения связана с тем, что человек, позируя перед камерой, имеет несколько степеней свободы при позиционировании лица. Например, он может чуть приподнять или опустить голову, повернуть её и т.п. Это приводит к необходимости моделирования таких движений и поиска положения, при котором обеспечивается максимальное совпадение поверхностей. С помощью элементарных преобразований одной из сеток – сдвигов и поворотов на малые углы можно значительно улучшить полученный результат. Поскольку один акт сравнения двух поверхностей осуществляется очень быстро, появляется

возможность организации направленного поиска преобразования сеток, обеспечивающего наибольшее совпадение.

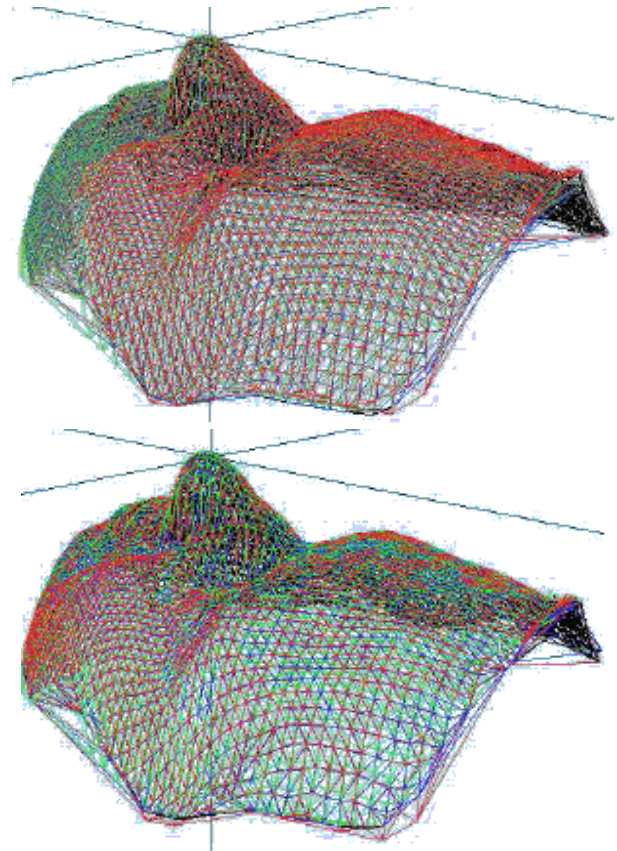


Рис. 10: Сравнение поверхностей лиц одного и того же человека: сверху – оценка, полученная предложенным методом, составляет $\approx 40\,000$ куб.мм., внизу – поверхности, полученные в результате уточняющего смещения одной маски относительно другой, та же оценка составляет $\approx 10\,000$ куб.мм.

Таблица 1: Расход времени на различные этапы алгоритма.

Этап алгоритма	Время (сек)
Построение триангуляций	0, 124
Построение МОД	0, 203
Локализация триангуляций	0, 015
Интерполяция функций	< 0, 001
Построение общей триангуляции	0, 109
Вычисление меры различия $\int F_1 - F_2 $	0, 031
Общее время	0, 497

Большинство подходов к задаче распознавания лиц используют определенные точки на лице, по координатам которых можно определить точки на черепе, по которым проводится классификация. И хотя количество таких точек – несколько десятков, сложность заключается в необходимости выполнения измерений с очень высокой точностью, а задача восстановления формы черепа подразумевает большой объем

вычислений, что занимает много процессорного времени. Существуют подходы, использующие геометрические характеристики лица ([11]-[13]), марковские модели, сравнение эталонов – component-based face recognition ([14]-[16]), кривизну поверхности лица ([17]), метод главных компонент (РСА) ([2]). Многие из этих методов основаны на локальных решениях и являются трудоемкими. Предлагаемый метод основан на глобальном решении, является высоко эффективным и обладает некоторой «универсальностью»: метрика адаптируется для конкретного приложения, так как возможно введение меры важности для разных участков поверхности. В этом случае объем разности будет интегрироваться по некоторой мере.

Как видно из таблицы 1, одно сравнение можно произвести менее чем за полсекунды, но этот результат можно улучшить за счет возможности распараллеливания. Кроме того, если одна модель находится в базе, то общее время уменьшается вдвое. Это достигается за счёт преобработки эталонных портретов, находящихся в базе.

4.2 Оценка асимметрии лица

Известно, что человеческое лицо обладает лишь *приближенной* зеркальной (двусторонней) симметрией относительно плоскости, делящей его на правую и левую половины. Оценить степень асимметрии означает оценить степень такого приближения.

Задача оценки асимметрии лица возникает при профилактике аномалий зрения у детей (см. [18]), в медицинских и психологических исследованиях, профотборе и в других приложениях. Кроме того, в последнее время появились попытки использовать асимметрию лица для решения задач идентификации личности ([19]), распознавания эмоций ([20], [21]), определения пола ([22]).

За плоскость симметрии лица берется плоскость Oyz . Тогда поиск плоскости симметрии лица сводится к выбору преобразования системы координат.

Решение задачи оценки асимметричности происходит в два этапа. Сначала строится симметричное отражение исходной маски относительно плоскости симметрии лица (см. рис. 11 – участки лица, на которых отраженная маска выше исходной, выделены более темным цветом), которое сравнивается с исходной маской описанным выше методом. Полученная мера различия будет начальной количественной оценкой асимметричности. На следующем этапе плоскость симметрии уточняется с помощью элементарных преобразований системы координат: небольших сдвигов по осям координат и поворотов вокруг осей координат на малые углы. Уточнение происходит с целью нахождения такого положения плоскости симметрии Oyz , при котором значение количественной оценки асимметричности минимально (то есть, при котором две маски совпадают наилучшим образом). При этом минимизацию достаточно произвести не по всем шести параметрам преобразований, а лишь по трем: сдвиги по осям Oy и Oz и поворот вокруг оси Ox не будут давать вклад в оценку асимметрии в силу того, что лица сканируются анфас. Минимизация будет происходить по трем оставшимся параметрам: сдвигу по оси Ox и поворотам вокруг осей Oy и Oz .

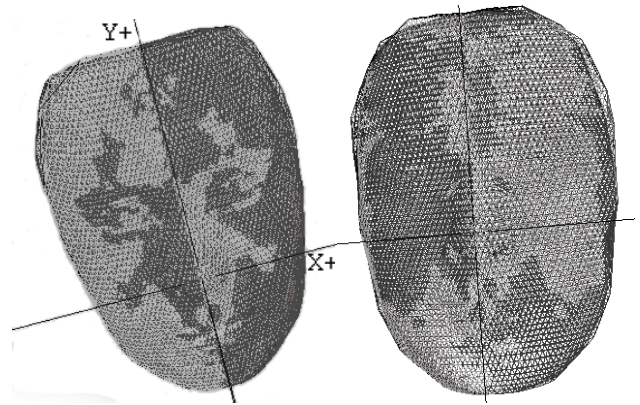


Рис. 11: Исходные маски и их отражения относительно плоскости симметрии

Пусть сетка $G_1 = \{(x_i^1, y_i^1)\}_{i=1}^{N_1}$ и функция F_1 задают поверхность лица, а сетка $G_2 = \{(x_i^2, y_i^2)\}_{i=1}^{N_2}$ и функция F_2 задают симметрично отражённую относительно плоскости Oyz , т.е. $x_i^2 = -x_i^1$, $y_i^2 = -y_i^1$ и $F_2(x_i^2, y_i^2) = F_1(x_i^1, y_i^1)$. Мера различия этих поверхностей есть $\Delta(F_1, F_2)$. Теперь производим небольшое «шевеление» поверхности: сдвиг на величину x по оси Ox , затем поворот на угол φ вокруг оси Oz , а затем поворот на угол ψ вокруг оси Oy . Тогда сетка G_1 превратится в $G_1(x, \varphi, \psi)$, а сетка G_2 превратится в $G_2(x, \varphi, \psi)$. Соответственно изменятся и поверхности F_1 и F_2 . Мера различия вновь полученных поверхностей есть $\Phi(x, \varphi, \psi) = \Delta(F_1(x, \varphi, \psi), F_2(x, \varphi, \psi))$.

Тогда задача выбора плоскости симметрии состоит в минимизации функции $\Phi(x, \varphi, \psi)$.

Для минимизации функции Φ использовались два метода: метод градиентного спуска и покоординатного спуска. Проведенные вычислительные эксперименты показали, что метод покоординатного спуска с использованием метода золотого сечения обладает большей вычислительной эффективностью в данной задаче.

В таблице 2 приведены значения начальной количественной оценки асимметрии для 4 моделей лица одного и того же человека в кубических миллиметрах. Для понимания значимости этих величин заметим, что объём жидкости в столовой ложке равен примерно 15000 мм³.

Таблица 2: Начальная количественная оценка асимметрии.

Номер модели	1	2	3	4
Начальная количественная оценка асимметрии (мм ³)	47 466	49 192	43 473	46 280

В таблице 3 приведены значения оценки, полученной с помощью наилучшего уточнения плоскости симметрии для тех же самых моделей.

Таблица 3: Количественная оценка асимметрии.

Номер модели	1	2	3	4
Количественная оценка асимметрии (мм ³)	24 073	25 205	24 421	22 264

При этом оптимальный сдвиг по оси Ox для этих моделей составлял от 2,4 до 2,6 мм, а оптимальные углы поворота вокруг осей координат Oy и Oz примерно 0,015 рад.



Рис. 12: Зонная (локальная) асимметрия лица

Используемый метод позволяет также анализировать асимметрию модели локально. Можно определить, какие участки лица наиболее асимметричны. Для этого для каждого треугольника общей триангуляции T вычисляется значение отношения объема разности функций F_1 и F_2 на этом треугольнике к его площади. На рис. 12 изображена модель, каждая грань общей триангуляции которой окрашена в соответствии с нормированным значением этого отношения – наиболее светлые участки являются наиболее асимметричными.

5. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Описанный метод сравнения поверхностей был реализован, также были проведены многочисленные вычислительные эксперименты для всех этапов алгоритма.

Экспериментальные оценки показали, что каждый из этапов, за исключением построения триангуляций, выполняется за линейное по числу узлов в сетках время. Триангуляция выполняется за время $O(N \log N)$, которое является определяющим для вычислительной сложности предложенного подхода.

В таблицах 4-6 приведены затраты времени на построение минимального остова и этапы локализации и интерполяции функций.

Таблица 4: Время построения МОД на основе триангуляции Делоне алгоритмом Черитона и Тарьяна.

Количество точек	Время (сек)
20 000	0,906
40 000	1,812
60 000	2,562
80 000	3,531
100 000	4,468

Таблица 5: Время локализации одной сетки в треугольниках триангуляции другой.

Количество точек сетки G_1 (N_1)	Время (сек)
10 000	0,031
25 000	0,093
50 000	0,171
75 000	0,234
100 000	0,312

Таблица 6: Расход времени на линейную интерполяцию обеих функций.

Количество точек сеток G_1 и G_2 ($N_1 + N_2$)	Время (сек)
50 000	0,015
100 000	0,031
150 000	0,046
200 000	0,062

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенный метод имеет следующие преимущества: вычислительная эффективность, возможность распараллеливания. Кроме того, описанный подход обладает некоторой универсальностью по сравнению с другими, так как он подходит для сравнения любых поверхностей, заданных функциями на двумерных сетках. При этом предложенная метрика может быть адаптирована для каждого конкретного приложения, например, с помощью введения меры на поверхности.

7. БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы выражают благодарность сотрудникам «Artec Group company» (<http://www.artec-group.com>) за предоставленные модели лиц и Российскому фонду фундаментальных исследований, при поддержке которого выполнена данная работа (гранты 08-01-00670, 08-07-00305-а).

8. ЛИТЕРАТУРА

- [1] Gatzke T., Grimm C., Garland M., Zelinka S., *Curvature Maps for Local Shape Comparison // International Conference on Shape Modeling and Applications (SMI)*, 2005.
- [2] Mccool C., Cook J., Chandran V., Sridharan S., *Feature Modelling of PCA Difference Vectors for 2D and 3D Face Recognition // In Video and Signal Based Surveillance, AVSS '06. IEEE International Conference on Nov. 2006 Page(s):57.*, 2006.

- [3] Петренко Д.А., Скворцов А.В., Куленов Р.О. Сравнение триангуляций с помощью хеш-функций // *Вестник ТГУ*, №280, с. 305–308, 2003.
- [4] Препарата Ф., Шеймос М. *Вычислительная геометрия: введение* // М.: Мир, Москва, 1989.
- [5] Скворцов А.В., Костюк Ю.Л. «Эффективные алгоритмы построения триангуляции Делоне», *Геоинформатика. Теория и практика. Вып. 1. Томск: Изд-во Томского ун-та, 1998. 22-47.*
- [6] Cheriton D., Tarjan R.E., *Finding minimum spanning trees* // *SIAM J. Comput.*, 5(4), p.724-742 (Dec.), 1976.
- [7] Tarjan R.E., *Fibonacci heaps and their uses in improved network optimization algorithms* // *In journal of the ACM.*, 34(3), p.596-615, 1987.
- [8] Fredman M.L., Tarjan R.E., *Data Structures and Network Algorithms* // *Society for Industrial and Applied Mathematics*, 1989.
- [9] Местецкий Л.М., Царик Е.В., 2004. *Триангуляция Делоне: рекурсия без пространственного разделения точек* // *Доклады международной конференции ГрафиКон'04 по компьютерной графике*, Москва, 2004.
- [10] Muryinin A.B., Krychenkov V.F., Matveev I.A., Kuznetsov V.D., *Estimation of Bilateral Facial Symmetry Deviation Using a Stereoscopic Computer Vision System* // *Pattern Recognition and Image Analysis Vol.11No 2 pp 350-352*, 2001.
- [11] Желтов С.Ю., Визильтер Ю.В., Ососков М.В., Каратеев С.Л., Бекетова И.В., *Автоматическое выделение на цветных цифровых изображениях лица человека и его характерных черт* // *Вестник компьютерных и информационных технологий*, №10, с.2-7, 2005.
- [12] Визильтер Ю.В., Морзеев Ю.В., Каратеев С.Л., Бекетова И.В., *Методы биометрической идентификации человека по изображениям его лица* // *Вестник компьютерных и информационных технологий. N11, с.2-10*, 2005.
- [13] Ohbuchi R., Takei T., *Shape similarity comparison of 3D models using alpha shapes* // *Computer Graphics and Applications, Proceedings. 11th Pacific Conference on Volume*, 2003.
- [14] Brunelli R., Poggio T., *Face recognition: features versus templates* // *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 15(10), p.1042-1052, 1993.
- [15] Huang J., Heisele B., Blanz V., *Component-based Face Recognition with 3D Morphable Models* // *In International Conference on Audio- and Video-Based Biometric Person Authentication (AVBPA-03)*, p. 27-34, 2003.
- [16] Mohan A., Papageorgiou C., Poggio T., *Example-based object detection in images by components* // *In IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, April 2001.
- [17] Gordon G.G., *Face recognition based on depth maps and surface curvature* // *In SPIE Geometric methods in Computer Vision*, San Diego, 1991.
- [18] Князь В.А., Крыченков В.Ф., Матвеев В.А., Мuryinin А.Б., Салтыкова Е.Б. *Исследования корреляций между асимметриями лица и патологиями зрения человека методами трехмерного моделирования* // *Труды института Системного анализа РАН, Динамика неоднородных систем*, выпуск 4, стр. 223-228, 2007.
- [19] S. Mitra, N. Lazar, Y. Liu, 2007. *Understanding the Role of Facial Asymmetry in Human Face Identification* // *Statistics and Computing*, Vol. 17, pp. 57 – 70, January, 2007.
- [20] Teng K., Liu Y., *Expression Classification using Wavelet Packet Method on Asymmetry Faces* // *tech. report CMU-RI-TR-06-03, Robotics Institute, Carnegie Mellon University*, January, 2006.
- [21] Mitra S., Liu Y., *Local Facial Asymmetry for Expression Classification* // *Proceedings of the 2004 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR'04)*, Vol. 2, pp. 889 - 894, June, 2004.
- [22] Liu Y., Palmer J., *A Quantified Study of Facial Asymmetry in 3D Faces* // *Proceedings of the 2003 IEEE International Workshop on Analysis and Modeling of Faces and Gestures, in conjunction with the 2003 International Conference of Computer Vision (ICCV '03)*, October, 2003.

COMPARISON OF ONE-SHEET SURFACES ACQUIRED BY 3D SCANNING

Natalya Dyshkant, Leonid Mestetskiy

Abstract

In this paper we attempt to face a problem of one-sheet (or monotone) surface comparison where surfaces are given as clouds of points. A monotone surface is understood as a surface which has such a direction that it is non-selfintersecting relative to this direction. Such surfaces are acquired on basis of 3D scanning of objects. Received clouds of points can be considered as functions of two variables given on discrete nonuniform grids. We introduce an approach for disparity measure construction of such surfaces that uses Delauney triangulations of each grid, general Delauney triangulation constructed on both grids, function interpolation on basis of location of triangulations in each other and function comparison on single faces of the general triangulation. Location of triangulations in each other is implemented on basis of their spanning trees.

We also consider an application of our algorithm to the problem of analysis of 3D human's face portraits - comparison of human faces and computing of estimation of facial asymmetry.

Keywords: *Delauney triangulation, minimum spanning tree, nonuniform grid, function interpolation, point location in triangulation, surface comparison, facial asymmetry.*

Авторы

Дышкант Наталья Федоровна – студентка 5 курса факультета Вычислительной математики и кибернетики Московского государственного университета им. М.В.Ломоносова.

Местецкий Леонид Моисеевич – доктор технических наук, профессор кафедры Математических методов прогнозирования факультета Вычислительной математики и кибернетики Московского государственного университета им. М.В.Ломоносова.