

Сегментация формы пространственных изображений

Денис Хромов

Факультет Вычислительной математики и кибернетики
Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия
khromovd@mail.ru

Аннотация

В статье предлагается подход к решению задач сегментации пространственных изображений, в которых анализируемые объекты состоят из пространственно неразделимых, слитных между собой компонент. Метод основан на использовании непрерывных скелетов плоских сечений пространственной модели. В качестве демонстрации взята конкретная практическая задача сегментации трёхмерного изображения слепка человеческой челюсти.

Ключевые слова: сегментация, форма объекта, полигональная модель, трёхмерное сканирование.

1. ВВЕДЕНИЕ

Пространственным изображением будем называть геометрическое описание трёхмерного тела, полученное измерением реального физического объекта, например, при помощи 3D-сканера. Одной из задач, относящихся к анализу таких объектов, является задача сегментации. Сегментацией формы называется разбиение формы на осмысленные компоненты. Осмысленность разбиения определяется субъективным человеческим восприятием (см., например, [2], [3]). Существуют различные подходы к сегментации трёхмерных изображений. Так, в статье [3] предлагается решение, основанное на построении скелета изображения — одномерного многообразия в пространстве, удачно схватывающего топологические и геометрические свойства рассматриваемого объекта. А в [4] описывается другой способ сегментации, связанный с выделением особых областей, называемых выступами (protrusions). Все эти методы объединяет одна важная особенность — компоненты исследуемого изображения должны быть пространственно разделены между собой. Примером такого изображения может служить описание формы животного, в котором искомыми сегментами являются конечности.



Рис. 1: Слепок челюсти.

В настоящей статье предлагается подход к решению за-

дач сегментации, спецификой которых являются формы со смыкающимися между собой компонентами. В качестве приложения рассматривается задача сегментации зубов на слепке человеческой челюсти (см. рис. 1), изображение которого получено при помощи 3D-сканера. Слепок представлен нерегулярной полигональной моделью, содержащей около $7 \cdot 10^5$ вершин и $1,5 \cdot 10^6$ граней. Решение, представленное в данной работе, основывается на идее сведения задачи сегментации 3D объекта к анализу скелетов его двумерных сечений. Реализация этой идеи ставит две задачи: во-первых, выбор небольшого числа сечений, достаточных для анализа формы пространственного объекта; во-вторых, собственно сегментация трёхмерного объекта на основе построенных сечений.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Дано описание пространственной формы слепка человеческой челюсти, представленное полигональной моделью с треугольными гранями (см. рис. 1). Это описание получено при помощи 3D-сканера с гипсового слепка реальной челюсти и содержит порядка полутора миллионов граней. Отметим, что поверхность меша не является замкнутой (подробнее см. [5]). Требуется решить для этой формы задачу сегментации зубов, а именно: для каждой вершины v полигональной модели требуется указать номер её сегмента $\mathcal{S}(v)$, так, что вершины каждого из сегментов образуют или коронку¹ одного из зубов, или часть слепка, не содержащую в себе коронок. Сегменты зубов нумеруются от 1 до n (количество зубов n заранее неизвестно и должно быть также определено алгоритмом), сегмент, не содержащий зубов (он описывает поверхность дёсен и гипсовой подставки), имеет номер 0.

3. ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

В этом разделе будут рассмотрены некоторые понятия, важные для дальнейшего изложения.

3.1 Срез

Пусть Π — произвольная плоскость, пересекающая множество граней рассматриваемой формы. Соответствующие пересечения образуют на плоскости множество отрезков. Если задать на Π ортонормированную систему координат, то для всех этих отрезков можно задать плоские двумерные координаты. Такое множество отрезков плоскости будем называть срезом по плоскости Π .

На рис. 2 изображены примеры срезов. Видно, что отрезки образуют ломаные. При определённых положениях секущей плоскости (см. нижний пример) эти ломаные замкнуты и ограничивают собой плоские многоугольные области, необязательно односвязные. Это об-

¹В стоматологии коронкой зуба называется выступающая над десной часть зуба.

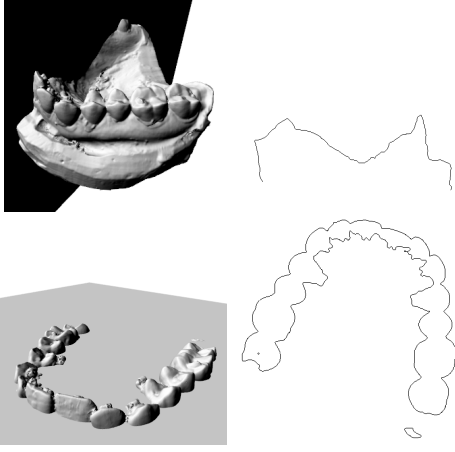


Рис. 2: Сечение формы плоскостью (слева) и соответствующий срез (справа).

стоятельность позволяет использовать различные средства анализа двумерных областей, например, плоские непрерывные скелеты.

3.2 Плоский непрерывный скелет

Пусть Ω — замкнутая плоская область с границей $\partial\Omega$. Пустым кругом области называется круг, полностью содержащийся в ней:

$$\tilde{S}_r(p) = \{q : q \in R^2, \text{dist}(p, q) \leq r\} \subset \Omega.$$

Максимальным пустым кругом называется пустой круг, не содержащийся ни в каком другом пустом круге. Наконец, скелетом Ω называется множество центров всех её максимальных кругов (см. [1]). Пример скелета приведен на рис. 4.

Следует отметить, что скелет можно рассматривать как плоский граф, вершинами которого являются центры максимальных пустых кругов, имеющих либо одну общую точку с $\partial\Omega$, либо три и более общих точки, а рёбрами — линии, состоящие из центров тех пустых кругов, которые касаются $\partial\Omega$ ровно в двух точках. Таким образом, скелет области, как и её граница, является одномерным многообразием. Но в отличие от границы это многообразие имеет более сложную структуру — это не набор замкнутых линий без самопересечений, а плоский граф.

Поскольку скелет конструируется на основании множества кругов, вписанных в Ω , с каждой точкой скелета можно связать «ширину» области в этой точке. А именно: радиальной функцией точки скелета называется величина радиуса максимального пустого круга с центром в этой точке.

4. СТРУКТУРА МЕТОДА

4.1 Математическая модель

Ниже предполагается, что трёхмерная система координат задана следующим образом: слепок лежит в плоскости XZ , а зубы направлены в положительном направлении оси Y , независимо от того, нижняя это челюсть или верхняя. При необходимости модель поворачивается в такое положение, при котором указанное требование выполняется. Для этого к координатам вершин модели

применяется метод главных компонент: оси найденного таким образом эллипсоида рассеяния задают для модели новый ортонормированный базис, причём ось, вдоль которой рассеяние минимально, совпадает с искомой осью Y .

Для каждого из зубов \mathcal{T}_k можно определить область пространства, содержащую соответствующее ему множество вершин. В описываемом алгоритме строится приближённая аппроксимация этой области Ω_k , представляющая собой пересечение трёх полупространств, заданных тремя плоскостями $\{P_k^0, P_k^1, P_k^2\}$, которые далее мы будем называть секущими плоскостями зуба. Одна из них отделяет коронку зуба от десны. Мы будем называть её горизонтальной плоскостью и обозначать через P_k^0 . Две другие плоскости перпендикулярны горизонтальной и отделяют зуб от соседних с ним, такие плоскости назовём вертикальными и обозначим через P_k^1 и P_k^2 .

При таком представлении нельзя утверждать, что множество всех точек формы, попавших в Ω_k , относится к этому зубу: возможны ситуации, при которых в эту область попадут вершины с противоположной стороны челюсти (см. рис. 3). Поэтому, помимо области простран-

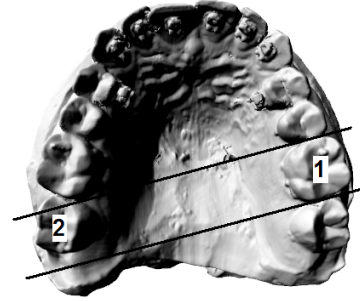


Рис. 3: В область Ω_k зуба 1 попадает часть зуба 2 (плоскости P_k^1, P_k^2 изображены прямыми линиями).

ства, необходимо специальное корректирующее условие принадлежности вершины, учитывающее, на какой стороне челюсти расположена точка. Множество точек пространства, для которых корректирующее условие выполняется, обозначим через C_k . При этом C_k таковы, что

$$(\Omega_i \cap C_i) \cap (\Omega_j \cap C_j) = \emptyset$$

при $i \neq j$. Таким образом, принадлежность точки к сегменту каждого зуба определяется конъюнкцией двух условий:

$$\mathcal{T}(v) = \begin{cases} k, & \text{если } \exists k, 1 \leq k \leq n : v \in \Omega_k \cap C_k; \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

4.2 Определение вертикальных секущих плоскостей

Рассмотрим теперь срезы по горизонтальным плоскостям, проходящим через все зубы и не проходящим через дёсны. Отрезки таких срезов образуют многоугольник, возможно, с некоторыми дополнительными шумовыми отрезками. На рисунке 2 приведен пример именно такого среза.

В этом многоугольнике хорошо заметны чередующиеся широкие и узкие места. Ясно, что широкие участки соответствуют зубам, а узкие промежутки между ними — границам зубов. Отсюда возникает идея провести вертикальные секущие плоскости зубов через узкие участки, перпендикулярно плоскости среза.

Математически умозрительные выводы относительно формы многоугольника в срезе можно описать в терминах непрерывных скелетов (см. рис. 4). Видно, что в

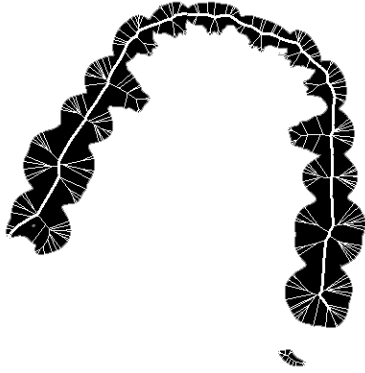


Рис. 4: Скелет для среза с рис. 2. Более толстой линией показана главная ветвь.

соответствующем скелете существует основная, наиболее длинная ветвь, проходящая вдоль всего многоугольника. Её мы также будем называть линией зубов. Сужения и расширения означают, что радиусы максимальных кругов также будут то увеличиваться, то уменьшаться вдоль этой ветви. Поэтому задача определения сужений в срезе сводится к поиску локальных минимумов радиальной функции на главной ветви скелета.

4.2.1 Построение скелета

Как видно, например, из нижнего примера на рис. 2, срез по главной секущей плоскости может содержать несколько областей, которые, к тому же, в общем случае не являются односвязными (это происходит из-за наличия достаточно глубоких углублений в зубах, дно которых находится ниже уровня главной секущей плоскости). Поэтому перед построением скелета необходимо осуществить фильтрацию внутренних и шумовых внешних контуров. Отбор интересующих областей можно производить на основании содержательных критериев, оценивающих размеры области: площадь, периметр и т.п. После предварительной селекции контуров можно применять алгоритм скелетизации (см. [1]).

4.2.2 Поиск промежутков между зубами

Будем рассматривать скелет как взвешенный граф $G = \{V, E\}$, в котором вес каждого из рёбер равен длине соответствующей линии в скелете. Самый длинный простой путь в этом графе будем называть главной ветвью скелета. На ней определена непрерывная радиальная функция, характеризующая изменение ширины области вдоль линии зубов. Необходимо определить точки, в которых достигаются локальные минимумы этой функции. Одним из возможных способов решения этой задачи является поиск локальных минимумов в дискретной последовательности $\{r_k\}$, состоящей из значений радиальной функ-

ции в последовательности вершин главной ветви скелета. Отметим, что для последующего использования полезен не центр найденного круга с локально минимальным радиусом, а хорда c^1, c^2 , соединяющая точки касания круга на противоположных сторонах многоугольника. Такую хорду будем называть граничным отрезком.

4.2.3 Определение вертикальных плоскостей и корректирующих правил

На предыдущем шаге мы определили набор граничных отрезков $\{c_k^1, c_k^2\}$ в плоскости $\hat{\Pi}$. Вертикальные секущие плоскости строятся как проходящие через эти отрезки перпендикулярно главной секущей. При этом нормали плоскостей выбираются сонаправленно, т.е. так, что каждый зуб находится в положительном полупространстве плоскости Π_k^1 и отрицательном полупространстве плоскости Π_k^2 .

Корректирующие правила, привязывающие вершины к нужным участкам линии зубов, определяются следующим образом. Рассмотрим произвольную точку пространства p и её проекцию на плоскость $\hat{\Pi}$ — точку \tilde{p} . Выберем среди середин отрезков $\{c_k^1, c_k^2\}$ ближайшую точку к \tilde{p} :

$$\tilde{c} = \arg \min_{c \in \{\frac{c_k^1 + c_k^2}{2}\}} \text{dist}(c, \tilde{p}).$$

Корректирующее правило определяется так: $p \in C_k$ тогда и только тогда, когда секущая плоскость, проведенная через содержащий точку \tilde{c} граничный отрезок $\{\tilde{c}_k^1, \tilde{c}_k^2\}$, является одной из двух секущих плоскостей Π_k^1 или Π_k^2 , отделяющих k -й зуб.

4.3 Определение главной секущей плоскости

Как написано выше, при определении вертикальных секущих плоскостей предполагается, что плоскость $\hat{\Pi}$ уже задана. Автоматический выбор главной секущей плоскости происходит путём перебора. Для этого, во-первых, определяется множество возможных положений плоскости \hat{P} , и, во-вторых, функционал качества $\Psi(\Pi)$, характеризующий набор вертикальных секущих плоскостей, получаемый при выборе Π в качестве главной секущей. Значение функционала вычисляется для каждой из плоскостей $\Pi \in \hat{P}$; та из них, для которой достигается максимум, выбирается в качестве главной секущей:

$$\hat{\Pi} = \arg \max_{\Pi \in \hat{P}} \Psi(\Pi).$$

Множество состоит \hat{P} из заранее заданного в качестве параметра алгоритма (обычно хватает 10–20) количества горизонтальных плоскостей, равномерно рассекающих верхнюю половину модели. Критерий качества $\Psi(\Pi)$ оценивает качество сегментации с позиции здравого смысла и опирается на ряд соображений, таких, как правдоподобное количество обнаруженных зубов (даже если некоторые зубы в данном образце отсутствуют, то промежутки, как правило, можно также сегментировать и посчитать), сопоставимые размеры зубов (естественная разница в размерах зубов, конечно же, имеет место, но по сравнению с разницей, вызванной ошибочной сегментацией, она незначительна), как можно более высокое положение главной секущей плоскости (т.к. при этом сильнее выражены локальные минимумы радиальной функции на линии зубов, что позволяет точнее определить границы между зубами).

4.4 Определение горизонтальных секущих плоскостей

Для каждой пары вертикальных секущих плоскостей Π_k^1, Π_k^2 можно вычислить их биссекторную плоскость Π_k^{12} . Рассмотрим срез по этой плоскости (см. рис. 5). Если про-



Рис. 5: Срез по плоскости Π_k^{12} для одного из передних зубов.

следить, как меняется кривизна вдоль линии передней стенки зуба, то можно отметить достаточно заметный максимум на границе зуба и десны. Это наблюдение лежит в основе предлагаемого алгоритма нахождения горизонтальной секущей плоскости зуба при условии известной пары вертикальных и главной секущей плоскости.

Для поиска точки наибольшей кривизны используется следующая разностная схема. Передняя стенка в срезе описывается ломаной

$$L = \{(l_x^1, l_y^1), \dots, (l_x^m, l_y^m)\}.$$

Для каждого отрезка $l^{k-1}l^k$ ломаной можно определить y -компоненту нормали n_y^k к нему. Кривизна кривой в точке оценивается как перепад величины n_y^k в её окрестности.

5. РЕАЛИЗАЦИЯ

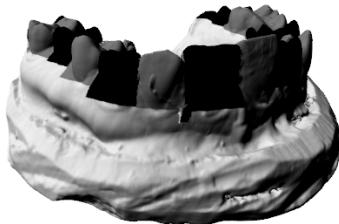


Рис. 6: Результат сегментации.

Алгоритм решения описанной в разделе 2 задачи был реализован и протестирован на выборке, состоящей из 15 различных образцов челюстей. На части образцов, представляющих собой качественные снимки хороших челюстей, полученная сегментация соответствует ожиданиям (см. пример на рис. 6, где зубы раскрашены в тёмно-серый и чёрный цвета в чередующемся порядке). Недостатки реализации заметны на плохих образцах (отсутствующие зубы, сильно искривлённая челюсть). При этом почти все возникающие ошибки связаны с не очень удачным выбором главной секущей плоскости, что влечёт за собой ошибки в определении границ между отдельными зубами.

Было измерено время выполнения различных операций, осуществляемых алгоритмом. Дольше всего происходит

построение множества отрезков среза по заданной плоскости — примерно 0,7 секунды. На втором месте по длительности находится построение скелета — около 0,2 секунды. Остальные операции, такие, как анализ скелетов или отрезков среза, влияют на общую производительность пренебрежимо мало.

6. ВЫВОДЫ

Для поставленной задачи сегментации пространственных форм предложено алгоритмическое решение. С одной стороны, оно опирается на распространённые в данной области подходы (скелеты, поиск выступов); с другой — учитывает специфику и особенности объектов, анализируемых в данной задаче (слабо выраженный характер выступов, некоторая предварительно известная информация об искомых сегментах). Программная реализация алгоритма показала хорошие результаты на качественных образцах и удовлетворительные — на некачественных. Практическая ценность работы заключается в выработке подхода к решению определённого класса задач сегментации, работающих с формами, которые, во-первых, получены в результате измерения реальных, материальных объектов, во-вторых, не обладают ярко выраженными, хорошо различимыми традиционными методами, областями.

7. БЛАГОДАРНОСТИ

Работа осуществлена при поддержке РФФИ по программе 08-01-00670.

8. СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Местецкий Л.М. Непрерывная морфология бинарных изображений: фигуры, скелеты, циркуляры. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009.
- [2] D. D. Hoffman and M. Singh. Saliency of visual parts. *Cognition*, 63(1):29–78, April 1997.
- [3] Dennie Reniers, Alexandru Telea. Skeleton-based Hierarchical Shape Segmentation. *Shape Modeling International*, pages 179–188, 2007.
- [4] Sebastien Valette, Ioannis Kompatsiaris, Michael G. Strintzis. A polygonal mesh partitioning algorithm based on protrusion conquest for perceptual 3D shape description. *Workshop towards Semantic Virtual Environments SVE 2005*.
- [5] V. A. Knyaz, S. Yu. Zheltov. Photogrammetric techniques for dentistry analysis, planning and visualisation. *ISPRS Congress Beijing 2008, Volume XXXVII, Part B5, Commission V*.

9. SPATIAL SHAPE SEGMENTATION

In this paper we present a new approach to segmentation of 3D shapes with spatially non-divided segments. The method is based on usage of continuous skeletons build in flat sections of a 3D model. We also consider an application of our algorithm to the problem of segmentation of 3D human's dental model.

Keywords: segmentation, shape, polygonal model, 3D scanning.