

# Численное моделирование изображения водной поверхности

Д.Абросимов, В. Зеленогорский, М. Крюков

Нижегородская Лаборатория Программных Технологий, ЗАО, Нижний Новгород, Россия

## Аннотация

Описан алгоритм численного моделирования изображения взволнованной водной поверхности, в основе которого лежит полумпирическая физическая модель, использующая понятие энергетического спектра волнения. Обсуждаются различные физические механизмы, влияющие на вид водной поверхности. Приведены примеры изображений, полученных с использованием описанного алгоритма.

**Ключевые слова:** Энергетический спектр волнения, Стационарное и нестационарное волнение, Спектральный состав естественного света, Нелинейное взаимодействие.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Проблему компьютерного моделирования изображения поверхности воды можно разделить, по крайней мере, на три самостоятельные задачи, кратко охарактеризованные ниже.

1. Непосредственное моделирование самой поверхности, то есть создание алгоритма численного расчета возвышений  $\zeta(\mathbf{r}, t)$  и углов наклона  $\xi_x = \partial\zeta / \partial x$ ,  $\xi_y = \partial\zeta / \partial y$  поверхности, как функции координат в горизонтальной плоскости  $\mathbf{r} = \{x, y\}$  и времени  $t$  с характеристиками, более или менее близкими к характеристикам реального волнения. Функция  $\zeta(\mathbf{r}, t)$  в общем случае может представлять собой суперпозицию случайной и детерминированной компонент. Данная задача может быть разделена еще на две части, а именно: а) моделирование стационарного волнения (установившееся ветровое волнение с не зависящими от времени статистическими параметрами), и б) моделирование нестационарных процессов (к примеру, волны от брошенного камня).

2. Непосредственное формирование изображения, то есть: а) установление математической связи между углами визирования и углами отражения для каждого элемента реализации поверхности; б) пересчет массива функций  $\zeta(\mathbf{r}, t)$ ,  $\xi_x(\mathbf{r}, t)$ ,  $\xi_y(\mathbf{r}, t)$  в массив соответствующих угловых координат на небесной полусфере. Строго говоря, изображение морской поверхности формируется как благодаря отражению внешнего освещения (небо, солнце, и т.п.) от поверхности, так и благодаря рассеянию света в приповерхностном слое воды, однако второй из этих механизмов в рамках данной работы не рассматривается.

3. Моделирование цветового распределения яркости естественного освещения, то есть задание функций  $R(\varphi, \vartheta)$ ,  $G(\varphi, \vartheta)$ ,  $B(\varphi, \vartheta)$ , описывающих распределение интенсивностей соответственно красного, зеленого и синего цветов на небосводе в зависимости от угловых координат  $\varphi$ ,  $\vartheta$  (азимутальный угол и угол склонения). На данном этапе могут встречаться трудности, связанные с большим разбросом в порядках величин яркостей различных участков неба. К примеру, яркость солнечного диска может в сотни тысяч раз превосходить яркость окружающего его неба, что при графическом моделировании воспроизвести невозможно. Следует также учитывать, что человеческий глаз, как и фотопленка, представляют собой сильно нелинейные приемники света, автоматически “убирающие” большое различие в яркостях.

## 2. МОДЕЛИРОВАНИЕ СТАЦИОНАРНОГО ВЕТРОВОГО ВОЛНЕНИЯ

За основную количественную характеристику состояния морской поверхности при развитом ветровом волнении обычно принимают энергетический спектр, задаваемый в виде [1]:

$$S(k, \varphi) = G(k) Q(k, \varphi),$$

где  $k$  — скалярное волновое число,  $\varphi$  — азимутальный угол,  $G(k)$  — энергетическая спектральная плотность,  $Q(k, \varphi)$  — функция направленности. Функции  $G(k)$  и  $Q(k, \varphi)$  удовлетворяют соотношениям:

$$\int_0^{\infty} G(k) k dk = \langle \zeta^2 \rangle = \sigma_{\zeta}^2, \quad \int_0^{2\pi} Q(k, \varphi) d\varphi = 1.$$

В представляющих интерес пространственных масштабах (от сантиметров до сотен метров) функция  $G(k)$  хорошо описывается эмпирическим соотношением Пирсона - Московитца [2].

Зависимость возвышений поверхности  $\zeta(x, y, t)$  от координат в горизонтальной плоскости  $x, y$  и времени  $t$  можно представить в виде суперпозиции ансамбля плоских волн (гармоник) с различными волновыми числами  $k_l$  и случайными фазами  $\Psi_{lm}$ , бегущими под разными азимутальными углами  $\varphi_m$ :

$$\zeta(x, y, t) = \sum_{l=1}^{N_k} \sum_{m=1}^{N_{\varphi}} A(k_l, \varphi_m) \cos[\omega(k_l)t - k_l x \cos \varphi_m - k_l y \sin \varphi_m + \Psi_{lm}],$$

где  $\omega(k) = \sqrt{gk}$  — дисперсионное соотношение для гравитационных волн на глубокой воде,  $\Psi_{lm}$  —

случайное число, равномерно распределенное на интервале  $[0, 2\pi)$ . Амплитуда гармоник связана со спектром соотношением

$$A(k_l, \varphi_m) = \sqrt{2S(k_l, \varphi_m)k_l \Delta k_l \Delta \varphi_m},$$

где  $\Delta k_l = |k_l - k_{l+1}|$ ,  $\Delta \varphi_m = |\varphi_m - \varphi_{m+1}|$ . Аналогично  $\zeta(x, y, t)$  представляются и наклоны поверхности  $\xi_x(x, y, t) = \partial \zeta / \partial x$ ,  $\xi_y(x, y, t) = \partial \zeta / \partial y$ , в направлении осей  $x$  и  $y$  соответственно:

$$\begin{aligned} \xi_x(x, y, t) &= \sum_l \sum_m A(k_l, \varphi_m) k_l \cos \varphi_m \cdot \sin[\omega(k_l)t - k_l x \cos \varphi_m - \\ &- k_l y \sin \varphi_m + \Psi_{lm}], \\ \xi_y(x, y, t) &= \sum_l \sum_m A(k_l, \varphi_m) k_l \sin \varphi_m \cdot \sin[\omega(k_l)t - k_l x \cos \varphi_m - \\ &- k_l y \sin \varphi_m + \Psi_{lm}]. \end{aligned}$$

### 3. ПРИНЦИП МОДЕЛИРОВАНИЯ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПРОЦЕССОВ

Как известно, движение свободной поверхности глубокой воды подчиняется линейному волновому уравнению и дисперсионному соотношению  $\omega(k) = (gk)^{1/2}$ . Любой нестационарный процесс с заданным начальным возмущением  $\zeta_0(\mathbf{r})$  следует описывать в виде решения этого уравнения. Рассмотрим принцип построения такого решения на простом примере волн от брошенного камня.

Физически очевидно, что при вертикальном падении камня в воду движение ее поверхности будет центрально симметрично, то есть возмущение  $\zeta(\mathbf{r}, t) = \zeta(r, \varphi, t)$  в любой момент времени будет зависеть лишь от расстояния  $r$  от центра падения и не будет зависеть от азимутального угла  $\varphi$ . Следовательно, решение поставленной задачи есть суперпозиция центрально симметричных частных решений волнового уравнения в полярных координатах  $\{r, \varphi\}$ , какими, как известно [3], являются функции Бесселя 1-го рода нулевого порядка  $J_0(ar)$  (функции Бесселя 2-го рода  $Y_0$  в решении не используются из физических соображений конечности решения). Не будем приводить строгий математический вывод решения, ограничимся лишь очевидным с физической точки зрения способом его нахождения.

Разложим начальное возмущение  $\zeta_0(r)$  в спектр по функциям Бесселя  $J_0$ :

$$Z(k) = \int_0^\infty \zeta_0(r) r J_0(kr) dr.$$

Каждая из Бессель - гармоник, являясь частным решением волнового уравнения, удаляется от центра как единое целое со своей фазовой скоростью  $v_\varphi = \omega(k) / k = (g/k)^{1/2}$ . Следовательно, в произвольный момент времени  $t$  возмущение  $\zeta(r, t)$  находится при помощи применения к  $Z(k)$  обратного преобразования Бесселя с соответствующей сдвижкой  $-\omega(k)t = -(gk)^{1/2}t$ :

$$\zeta(r, t) = \int_0^\infty Z(k) k J_0\left(\left|kr - t\sqrt{gk}\right|\right) dk.$$

## 4. ЯРКОСТЬ И СПЕКТРАЛЬНЫЙ СОСТАВ ЕСТЕСТВЕННОГО ОСВЕЩЕНИЯ

Энергетические характеристики и спектральный состав излучения безоблачного неба определяются процессами рассеяния в атмосфере прямого солнечного света и света, переизлученного поверхностью земли. Это рассеяние обусловлено наличием флуктуаций плотности воздуха (релеевское рассеяние) и атмосферных аэрозолей (аэрозольное рассеяние). Если первый из указанных механизмов достаточно хорошо изучен и описывается аналитически, то второй не поддается строгому описанию, что связано, прежде всего, с тем, что оптические характеристики атмосферного аэрозоля (концентрация, размеры и состав взвешенных частиц) обычно сложным образом зависят от высоты. Поэтому для описания аэрозольного рассеяния используют эмпирические модели.

Спектральная яркость безоблачного неба зависит от угловых координат солнца и точки наблюдения, длины волны света, а также от группы так называемых метеопараметров. В эту группу входят метеодальность видимости, показатель Ангстрема и сезонный параметр. Мы не будем приводить выражение для спектральной яркости ввиду его громоздкости. Это выражение, а также типичные величины перечисленных параметров приведены в литературе [4, 5].

## 5. АЛГОРИТМ МОДЕЛИРОВАНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЯ ВОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

На основе изложенных выше физических принципов был разработан алгоритм и создано Windows – приложение для моделирования изображения водной поверхности.

Изображение поверхности воды формируется в растровом виде и представляет из себя три двумерных массива чисел в диапазоне  $[0, 255]$ , соответствующих красной, зеленой и синей составляющей пикселей изображения.

*Исходными данными* для алгоритма являются:

*Параметры кадра:*

- число элементов (пикселей) изображения по горизонтали и вертикали;
- угловые размеры кадра по горизонтали и вертикали, град.;
- центральный угол визирования, град.;
- высота точки визирования, м.

*Угловые координаты солнца:*

- азимут и высота над горизонтом, град.

*Метеопараметры:*

- скорость и направление ветра;
- метеовидимость;
- высота аэрозольного слоя, км.;
- показатель Ангстрема;

— сезонный параметр.

*Параметры, определяющие качество изображения и время расчета:*

— число гармоник ветрового волнения по модулю волнового числа и азимутальному углу;

— способ разбиения диапазона волновых чисел;

— вид проекции кадра (плоская или сферическая).

**Алгоритм моделирования изображения кадра** строился в последовательности, кратко изложенной во Введении. Не имея возможности подробно остановиться на всех тонкостях этого построения, перечислим лишь основные физические предположения, положенные в его основу.

1. Волнение водной поверхности считалось полностью развитым, стационарным и однородным. Исключались все механизмы (взаимодействие поверхностных волн с дном, ветром, и т. п.), нарушающие линейность модели и не описываемые, поэтому при помощи только энергетического спектра и дисперсионного соотношения.

2. Предполагалось, что изображение водной поверхности формируется исключительно благодаря отраженному этой поверхностью свету неба и солнца; вклад рассеянного приповерхностным слоем воды света не учитывалось.

3. Считалось, что характерная высота волнения значительно меньше его горизонтальных масштабов (длин волн) и высоты визирования. При выполнении этих условий нет необходимости в вычислении возвышений поверхности, и можно ограничиться лишь вычислением ее наклонов.

О реалистичности получаемых с помощью описанного алгоритма изображений можно судить по приведенным ниже рисункам, соответствующим различным исходным условиям.

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе мы постарались дать общее представление о методике численного моделирования изображения движущейся взволнованной поверхности воды, формируемого в результате отражения от нее света естественных источников (солнце и безоблачное небо), и предложили один из вариантов построения алгоритма такого моделирования. Несмотря на кажущуюся на первый взгляд сложность модели, за рамками работы осталась не рассмотренной значительная часть физических механизмов, так или иначе влияющих на реальное изображение воды. Перечислим некоторые из них.

1. Рассеяние света взвесью, находящейся в приповерхностном слое воды, может существенно изменить ее цвет. Особенно этот эффект заметен в загрязненных прибрежных водах.

2. Наличие атмосферной облачности, обладающей необычайным разнообразием в формах и рассеивающих свойствах, обычно сильно меняет вид взволнованной воды.

3. В мелководных районах (глубина 1 - 10 м.) через поверхность воды видно дно, от цвета которого зависит вид изображения. Кроме того, в этом случае в результате фокусировки света взволнованной поверхностью на дне образуются случайные вариации освещенности (блики), которые также видны через поверхность.

4. В случае сильного волнения (5 баллов и более) на поверхности воды наблюдаются белые “барашки”, представляющие собой сгустки пены, образующейся в результате обрушения крупных волн.

5. На мелкой воде (см. выше), особенно в районах с переменной глубиной, волновые движения поверхности воды описываются существенно нелинейными уравнениями, в результате чего их характер заметно отличается от свободных волн. Примером могут служить волны прибоя, накатывающиеся на пологий берег.

6. В случае усиливающегося ветра взволнованная поверхность начинает сильно взаимодействовать с потоками воздуха. Такое взаимодействие также описывается чрезвычайно сложными нелинейными уравнениями. В результате вид волн сильно меняется: появляются остrokонечные гребни и пологие подножия. Подобная поверхность вообще не описывается при помощи одного энергетического спектра, поскольку обладает существенно не гауссовой статистикой.

Этот очевидно неполный список может дать хотя бы небольшое представление о сложности проблемы, которой посвящена настоящая работа.

## Литература

- [1] Копыл Е. А. *Рассеяние звука поверхностью океана: частотно - энергетический подход*. Автореферат дисс. ... докт. физ. -мат. наук, М.: Акуст. ин-т им. Н. Н. Андреева, 1995, 52с.
- [2] Pierson, W.J., Moskowitz, L. *A proposed spectral form for fully - developed wind seas based on the similarity theory of S.A. Kitaygorodsky*. J. Geophys. res., 1964, v. 69, No 24, pp. 5180-5190.
- [3] Корн Г., Корн Т. *Справочник по математике для научных работников и инженеров*. М.: Наука, 1968, 720 с.
- [4] Зуев В. Е., Кабанов М. В. *Оптика атмосферного аэрозоля* (Сер. “Современные проблемы атмосферной оптики, т. 4). Л.: Гидрометеиздат, 1987, 254 с.
- [5] Долин Л. С., Левин И. М. *Справочник по теории подводного видения*. Л.: Гидрометеиздат, 1991, 232с.

## Об авторах

**Абросимов Дмитрий**, канд. физ. -мат. наук, ст. научн. сотр. – общее руководство, разработка физической модели и математического алгоритма,

программирование вычислительного блока. (e-mail: [dmitry-a@nstl.nnov.ru](mailto:dmitry-a@nstl.nnov.ru)).

**Зеленогорский Виктор** (e-mail: [victorv@nstl.nnov.ru](mailto:victorv@nstl.nnov.ru)) и **Крюков Михаил** (e-mail: [krma@nstl.nnov.ru](mailto:krma@nstl.nnov.ru)) – студенты Высшей школы общей и прикладной физики при ННГУ – программирование Windows-интерфейса, считывания и записи результатов в стандартных графических и видео форматах, разработка help-системы.

## Abstract

### Computer Simulation of Water Surface View

D. Abrosimov, V. Zelenogorsky, M. Kryukov

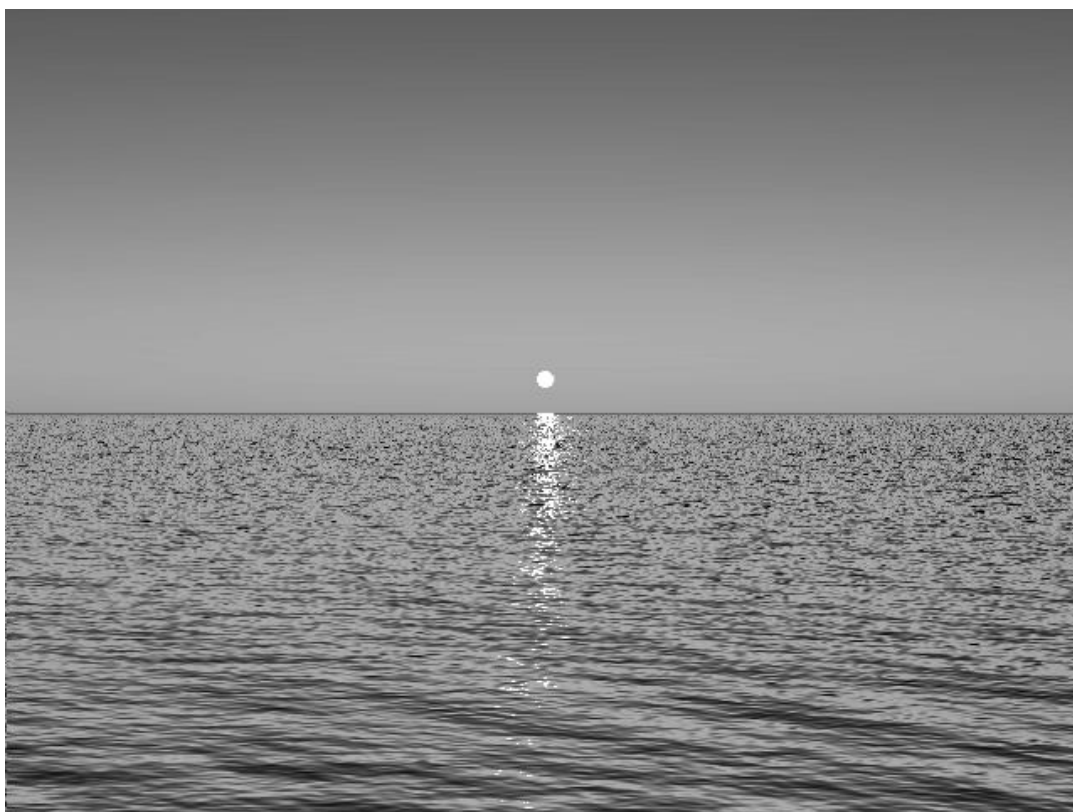
An algorithm of waved water surface image computer simulation has been described. The algorithm was based on semi-empirical physical model using an enerigal swell spectrum concept. Different physical reasons affect to the water surface look have been discussed. Image samples calculated with the use of described algorithm have been presented.

**Keywords:** *Enerigal wave spectrum, Stationary & non-stationary swell, Natural light spectral contents, Non-linear interaction.*

## Примеры смоделированных изображений водной поверхности



Рис. 1. Пример сильного аэрозольного рассеяния.



*Рис. 2.* Пример солнечной дорожки.



*Рис. 3.* Пример лунной дорожки.



*Рис. 4.* Высокое положение камеры.



*Рис. 5.* Низкое положение камеры.