

Функции Возмущения в Геометрическом Моделировании

Вяткин С.И., Долговесов Б.С.

Институт Автоматики и Электрометрии, СО РАН, Новосибирск, Россия

sivser@mail.ru, bsd@iae.nsk.su.

Аннотация

Рассмотрен подход к преобразованиям описывающей функции для геометрических операций: проецирования, офсеттинга, теоретико-множественных и метаморфозиса. Дана характеристика более сложных операций для функционально заданных объектов с применением функций возмущения: заметание движущимся твердым телом и кручение тел. Исследуется задача определения столкновений функционально заданных объектов. Обсуждается способ определения столкновений функционально заданных объектов за постоянное время для различной сложности столкновений.

Ключевые слова: Функции возмущения, Геометрические операции, Бинарные отношения.

1. ВВЕДЕНИЕ

Геометрическая концепция моделирования виртуальной среды на базе F-гер [1] описана как алгебраическая система:

$$(M, \Phi, W), \quad (1)$$

где M - множество геометрических объектов, Φ - множество геометрических операций, W - множество отношений на множество объектов.

Функционально заданные геометрические объекты с применением функций возмущения достаточно подробно изложены в работе [2]. В данной работе мы не будем делать анализ главных отличительных черт нашего подхода (детально описывать способ задания геометрических объектов и алгоритм визуализации) в сравнении с известными методами [3-5]. Отметим следующие основные функциональные способы задания примитивов и методы их визуализации. Поверхности свертки [6-8] – это интегральное представление неявно заданных поверхностей, известных в компьютерной графике как капельные модели [9, 10], метасферы [11], мягкие объекты [12]. Данные поверхности сочетают в себе гибкость капельных моделей и компактность скелетных моделей [13] и представляют собой гораздо более мощное средство геометрического моделирования, чем традиционные модели неявных поверхностей [14]. Несмотря на различные названия все эти модели описывают фактически один и тот же объект, а именно изоповерхность S уровня T в скалярном поле $f(\mathbf{p})$:

$$S = \{\mathbf{p} \in R^3 | f(\mathbf{p}) - T = 0\} \quad (1)$$

Поверхность свертки - это неявная поверхность S с базовой функцией $f(\mathbf{p})$, полученная с помощью свертки:

$$f(\mathbf{p}) = g(\mathbf{p}) * h(\mathbf{p}) = \int_{R^3} g(\mathbf{r}) h(\mathbf{p} - \mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (2)$$

, где \mathbf{r} – расстояние действия поля.

Геометрическая функция $g(\mathbf{p})$ определяет форму объекта и его положение в трехмерном пространстве. Ядро свертки $h(\mathbf{p})$ определяет распределение потенциала в каждой точке

объекта. Свертка двух функций - это скалярная функция $f(\mathbf{p})$, которая является поверхностью свертки. Поверхности свертки – это изоповерхности, с той разницей, что скалярное поле $f(\mathbf{p})$ задается с помощью различных геометрических объектов.

Рассмотрим известные методы визуализации, отметим их достоинства и недостатки.

- *Маршировка по лучу.* Это метод «грубой силы» пошаговых вычислений вдоль луча, функция $f(t)$ вычисляется на каждом шаге. Первое изменение знака функции $f(t)$ сигнализирует о том, что найдена поверхность $F(r) = f(t) = 0$. Главный недостаток этого метода заключается в том, что он очень медленный и не гарантирует обнаружение поверхности.
- *Метод LG–поверхности.* Разработан метод обнаружения поверхности с применением L - и G - параметров, которые являются константами Липшица для функции f и производной df/dt вдоль луча. Для неалгебраической функции f вычисления L - и G - параметров становятся сложными, даже если они представлены в символической форме.
- *Трассировка луча с анализом интервала.* Данный метод является модификацией метода LG – поверхности.
- *Быстрая трассировка луча* [14]. Данный метод лишен недостатков перечисленных выше методов, однако поиск лучей, пересекающих поверхности сложен и не достаточно эффективен, поскольку способы кластеризации этого метода не решают данную проблему полностью.

В данной работе использовался для визуализации алгоритм многоуровневого отслеживания лучей [2], который осуществляет эффективный поиск точек поверхностей, участвующих в формировании изображения, а для определения столкновений объектов применялся этот же алгоритм с небольшой модификацией. Алгоритм визуализации максимально адаптирован к аппаратной реализации [15].

Одним из примеров отношений может служить определение столкновений между объектами. В ряде приложений: динамике столкновений тел и небесной механике, молекулярной динамике и компьютерных играх - возникает проблема моделирования поведения взаимодействующих тел, имеющих нерегулярную форму [16-18]. В результате работы известного алгоритма определения столкновений объектов [19], столкновение не всегда может быть определено и, кроме того, для разных столкновений требуется разное количество времени, сильно различающееся. Целью этой работы является исследование возможности применения известных унарных, бинарных и более сложных геометрических операций для функционально заданных объектов на базе функций возмущения, предложенных в работе [2], а также - показать, что с помощью модифицированного алгоритма [2] столкновение объектов определяется за постоянное и меньшее время для различной сложности столкновений с полной гарантией обнаружения событий.

2. ФУНКЦИОНАЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ ОБЪЕКТОВ С ПРИМЕНЕНИЕМ ФУНКЦИЙ ВОЗМУЩЕНИЯ

Дадим краткое определение функций возмущения, описанное в работе [2]. Предложено описание сложных геометрических объектов с помощью задания функций возмущения от базовых треугольников [20] (рис. 1 и 2), плоскостей и квадрик [2] (рис.3).

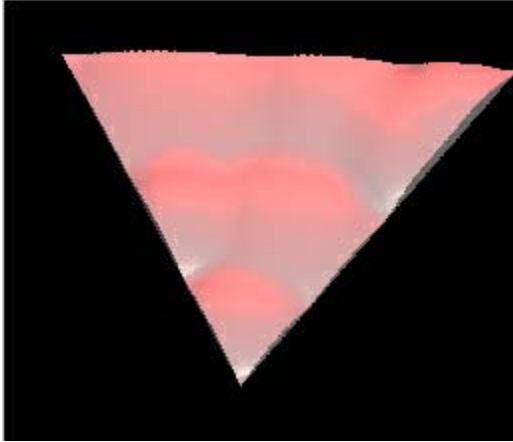


Рис. 1. Патч произвольной формы.

Свободная форма есть композиция базовой поверхности и возмущения $F^3(x,y,z) = F(x,y,z) + R(x,y,z)$, где функция возмущения $R(x,y,z)$ находится следующим образом:

$$R(x,y,z) = \begin{cases} Q^2(x,y,z), \text{ при } Q(x,y,z) > 0 \\ 0, \text{ при } Q(x,y,z) \leq 0, \end{cases} \quad (3)$$

где $Q(x,y,z)$ – например, возмущающая квадрика. В качестве Q также может быть свободная форма.

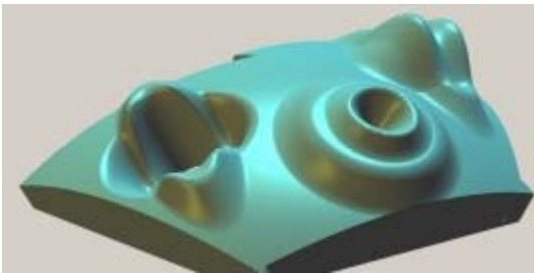


Рис. 2. Три гладкосопряженных патча произвольной формы.

Таким образом, задача конструирования объекта сводится к задаче деформации базовой поверхности нужным образом, а не к аппроксимации ее примитивами. Предложенный способ описания объектов трехмерных сцен базовыми поверхностями и функциями возмущения имеет компактное описание, что позволяет уменьшить в 500 и более раз объем передаваемых данных.

3. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ

Множество геометрических операций Φ математически выражается следующим образом:

$$\Phi_j: M^1 + M^2 + \dots + M^n \rightarrow M, \quad (4)$$

где n – номер операнда операции.

Пусть объект G_1 определен как $f_1(X) \geq 0$. Унарная операция ($n=1$) (4) объекта G_1 означает операцию $G_2 = \Phi_j(G_1)$ с определением:

$$f_2 = \psi(f_1(X)) \geq 0, \quad (5)$$

где ψ – непрерывная вещественная функция одной переменной. Рассмотрим следующие унарные операции.



Рис. 3. Композиция квадрик и функций возмущения.

3.1 Проекции

Пусть исходный объект $G_1 \subset E^n$ описывается функцией $f_1(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) \geq 0$, а его проекция $G_2 \subset E^{n-1}$ описывается функцией $f_2(x_1, x_2, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_n) \geq 0$. Объект G_2 может быть определен как объединение сечений объекта G_1 гиперплоскостью $x_i = C_j$, где $C_{j+1} = C_j + \Delta x_i$, $j=1, N$ и $C_1 = x_{imin}$. Пусть $f_{ij} = f_1(x_1, x_2, \dots, x_{i-1}, C_j, x_{i+1}, \dots, x_n)$ – функция для сечения. В итоге функция для проекции при $\Delta x_i \rightarrow 0$ есть объединение всех функций f_{ij} :

$$f_2 = f_{i1} \vee f_{i2} \vee \dots \vee f_{ij} \vee \dots \vee f_{iN}. \quad (6)$$

В реализации данной операции для всей сцены фиксировалась одна координата в зависимости от того, какую проекцию требовалось получить (рис. 4).



Рис. 4. Функционально заданный объект и его проекции.

3.2 Оффсеттинг

С помощью данной операции можно создавать увеличенную или уменьшенную копию исходного объекта, то есть делать положительный или отрицательный оффсеттинг соответственно (рис.5).



Рис. 5. Положительный и отрицательный оффсеттинг.

Например, можно имитировать пульсацию тела. Пусть исходный объект задается функцией $f(X) > 0$, тогда при применении такой операции полученное тело будет описываться функцией $F = f(X) + C$, где $C < 0$ определяет отрицательный оффсеттинг (сжатие), а $C > 0$ – положительный оффсеттинг (расширение).

3.3 Теоретико-множественные операции

Пусть объекты G_1 и G_2 определены как $f_1(X) \geq 0$ и $f_2(X) \geq 0$. Бинарная операция ($n=2$) (4) объектов G_1 и G_2 означает операцию $G_3 = \Phi_j(G_1, G_2)$ с определением:

$$f_3 = \psi(f_1(X), f_2(X)) \geq 0, \quad (7)$$

где ψ - непрерывная вещественная функция двух переменных.

Геометрическая модель должна позволять конструировать объекты и их композиции неограниченной сложности. Достигается это, в первую очередь, применением булевых операций объединения и пересечения (рис. 6).



Рис. 6. Теоретико-множественные операции над объектами.

3.4 Метаморфозис

При метаморфозисе (морфинге) осуществляется плавный переход начального образа в конечный (рис. 7).

Пусть мы имеем F_1, F_2 - значения функций возмущения первого и второго объектов, соответственно, тогда результирующая функция возмущения F вычисляется следующим образом:

$$F = \beta F_1 + (1 - \beta) F_2, \quad (8)$$

где β - положительная непрерывная функция.

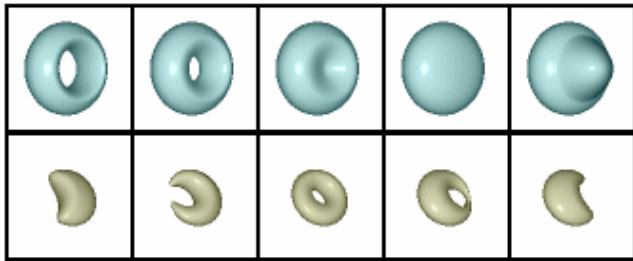


Рис. 7. Морфинг негеоморфных объектов.

Далее мы рассмотрим сложные геометрические операции: кручение и заметание движущимся твердым телом.

3.5 Кручение

Кручение это деформация тела, являющаяся частным случаем биективного отображения (рис. 8), которое служит для определения деформаций исходных объектов. Для кручения исходного тела были найдены и преобразованы координаты x, y, z .

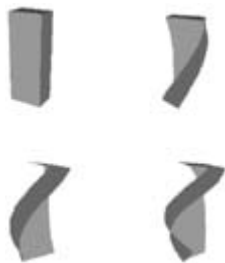


Рис. 8. Результаты реализации кручения.

3.6 Заметание

Заметание движущимся твердым телом является одной из давних и трудных проблем в твердотельном моделировании [21]. Рассмотрим заметание как проекцию движущегося тела из $4D(x, y, z, t)$ в $3D(x, y, z)$ пространство. Вновь образованная фигура представляет собой объединение изображений заметающего тела при различных положениях (рис. 9).



Рис. 9. Заметание движущимся твердым телом.

4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СТОЛКНОВЕНИЙ

Одним из примеров отношений может служить определение столкновений между объектами. Бинарное отношение есть множество множества $M^2 = M \times M$. Оно может быть определено как:

$$S_j: M \times M \rightarrow I \quad (9)$$

Алгоритм обнаружения столкновений, описанный в [19], основан на отношении пересечения и использует псевдослучайные последовательности Соболя и спиральный квадратичный поиск для обнаружения неотрицательных величин функции, определяющей пересечение. При этом для определения области, в которой ведется поиск, используются ограничивающие тела сферы. В результате работы этого алгоритма столкновение не всегда может быть определено, т.е. алгоритм не гарантирует обнаружения события. А также для разных столкновений требуется разное количество времени, сильно различающееся.

4.1 Определение столкновений функционально заданных объектов на основе рекурсивного деления объектного пространства

Пусть объекты G_1 и G_2 определены как $f_1(X) \geq 0$ и $f_2(X) \geq 0$. Бинарная операция пересечения объектов G_1 и G_2 определяется следующим образом [19]:

$$S_c(G_1, G_2) = \begin{cases} 0, & \text{если } G_1 \cap G_2 = \emptyset \\ 1, & \text{если } G_1 \cap G_2 \neq \emptyset \end{cases} \quad (9)$$

Функция $f_3(X) = f_1(X) \& f_2(X)$ может быть использована для вычисления S_c . Можно утверждать, что $S_c = 0$, если $f_3(X) < 0$ для любой точки пространства E^n .

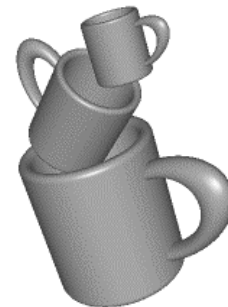


Рис. 10. Определение столкновений функционально заданных объектов на базе функций возмущения.

После вычисления пересечения (9), т.е. применения булевой операции пересечения, поиск точки соприкосновения сталкивающихся объектов осуществляется с помощью алгоритма подобного [2]. С помощью особого теста на пересечение пирамид разного уровня (на последнем уровне четверичного деления - луча) [2, 22, 23] и бинарного поиска

можно за постоянное число шагов (определяется заданной точностью) определить точку столкновения объектов, если такое происходит. В целях расчета времени обнаружения столкновений тестировались объекты, различавшиеся как по степени сложности (форме), так и по виду столкновения (имеется в виду столкновение различными сторонами и частями объектов) (рис. 10).

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе исследованы некоторые геометрические операции над функционально заданными объектами на базе функций возмущения.

В исследуемом алгоритме определения столкновений функционально заданных объектов столкновение всегда определяется и не зависит от взаимного расположения сталкивающихся объектов и частей их поверхностей, т.е. такой алгоритм гарантирует обнаружение события, что доказано экспериментально и теоретически, разброс времен при тестировании был не более 1% от данного времени.

6. ЛИТЕРАТУРА

- [1] Pasko A. A., Adzhiev V. D., Sourin, A. I. et al. Function representation in geometric modeling: concepts, implementation and applications // *The Visual Computer*.1995. 11(6). P. 429.
- [2] <http://www.cgg.ru/febr/vjat/pivweb.html#a>.
- [3] http://cis.k.hosei.ac.jp/~F-rep/imp_biblio.html
- [4] <http://www.amazon.com/exec/obidos/ASIN/155860233X/ref%3Dnosim/leonardodicap05>
- [5] <http://www.unchainedgeometry.com/jbloom/pdf/impencyc.pdf>
- [6] Bloomenthal J., Shoemake K., "Convolution surfaces", *SIGGRAPH'91*, *Computer Graphics*, vol.25, No.4, 1991, P 251-256.
- [7] G. Sealy, G. Wyvill. Smoothing of three dimensional models by convolution. In *Computer Graphics International'96*, June 1996, P 184-190.
- [8] McCormack J., Sherstyuk A. Creating and rendering convolution surfaces, *Computing Graphics Forum*, vol. 17, No.2, 1998, P 113-120.
- [9] J. F. Blinn. A generation of algebraic surface drawing. *ACM Transactions on Graphics*, 1(3): 235-256, July 1982.
- [10] S. Muraki. Volumetric shape description of range data using "blobby model". *Computer Graphics*, 25(4): 227-235, July 1991.
- [11] H. Nishimura, M. Hirai, T. Kawai, T. Kawata, I. Shirakawa, and K. Omura. Object modelling by distribution function and a method of image generation. *The Transactions of the Institute of Electronics and Communication Engineers of Japan*, J68-D (4): 718-725, 1985.
- [12] G. Wyvill, C. McPheeters, and B. Wyvill. Data structure for soft objects. *The Visual Computer*, 2(4): 227-234, 1986.
- [13] Bloomenthal J. *Skeletal Design of Natural Forms*. Doctoral dissertation, University of Calgary, Department of Computer Science, 1995.
- [14] A. Sherstyuk. Fast ray tracing of implicit surfaces. In *Implicit Surfaces'98*, P 145-153, June 1998.
- [15] http://www.graphicon.ru/2000/RENDERING/Vyatkin_Dolgo vesov Yesin Zigach Chizhik.doc
- [16] M. C. Lin, "Efficient Collision Detection for Animation and Robotics", PhD thesis, Dept. of Electrical Eng. and Computer Science, University of California, Berkeley, USA, 1993.
- [17] A. Gregory, M. Lin, et al. "H-Collide: A Framework for Fast and Accurate Collision Detection for Haptic Interaction". *IEEE Virtual Reality*, 1999.
- [18] D. C. Ruspini, K. Kolarov, and O. Knatib. "The haptic display of complex graphical environment". *Proceedings of SIGGRAPH 97*, vol. 1, pp. 295-301, August 1997.
- [19] Savchenko V.V., Pasko A.A. Collision detection for functionally defined deformable objects: The First International Workshop on Implicit Surfaces (Grenoble, France, April 18-19, 1995) /Eds. B.Wyvill and M.P. Gascuel: Eurographics-INRIA, 1995,P.217.
- [20] http://www.graphicon.ru/2002/pdf/Vyatkin_Dolgo vesov v_Re.pdf
- [21] Wang W.P., Wang K.K. Geometric modeling for swept volume of moving solids // *IEEE Computer Graphics and Applications*.1986. V. 6. N.12. P. 8.
- [22] <http://www.ixbt.com/video/conv-surfaces.shtml>
- [23] <http://www.ixbt.com/video/sintez-voxel.html>

About the authors

Sergei I. Vyatkin (Ph.D.) is a scientific researcher of Synthesizing Visualization Systems Laboratory at Institute of Automation and Electrometry SB RAS.

His contact email is sivser@mail.ru.

Boris S. Dolgovesov (Ph.D.) is a head of Synthesizing Visualization Systems Laboratory at Institute of Automation and Electrometry SB RAS.

His contact email is bsd@iae.nsk.su

Perturbation Functions in Geometric Modeling

Abstract

The task of functionally defined geometric modeling including sets of objects based on perturbation functions, unary and binary operations, and binary relations are discussed. Transformations of a perturbation function are described for set-theoretic operations, offsetting, projection, sweeping by a 3D sphere, twisting, and metamorphosis.

The problem of collision detection of functionally defined objects based on perturbation functions for constant time is considered. The collision detection algorithm of different complexity during a constant time is discussed. An algorithm of recursive object space subdivision is proposed. In the perturbation function representation, collision detection becomes trivial due to the inside/outside property of the functionally defined surface.