

# 3D-компьютерное моделирование пересечения эллиптических конусов при их двойном соприкосновении (AutoCAD)

А.Л. Хейфец, В.А. Короткий

Южно-Уральский государственный университет  
Челябинск, Россия

## Аннотация

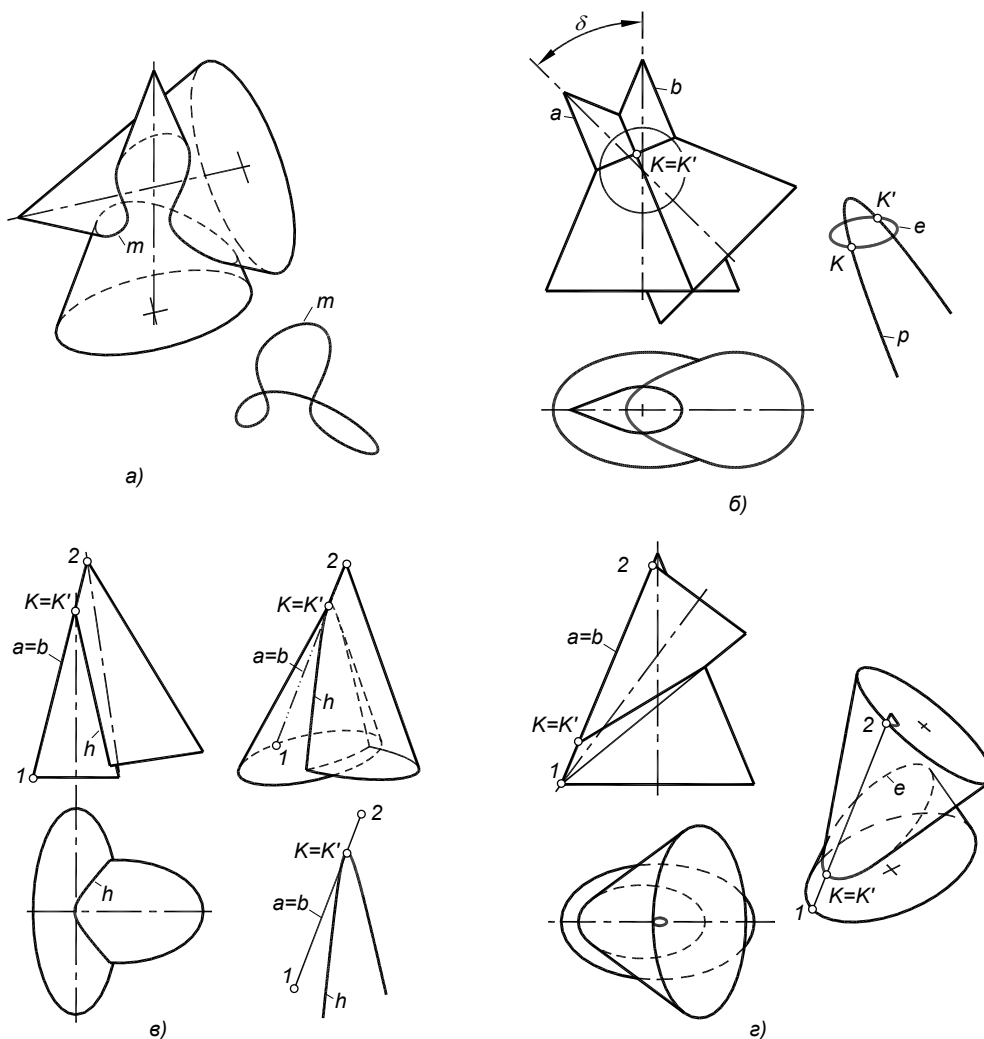
Разработана 3D-модель пересечения эллиптических конусов для случая, когда конусы имеют две точки касания. Предложен алгоритм решения, основанный на вписывании конусов в двугранный угол. Модель реализована применительно к пакету AutoCAD. Подробно рассмотрен пример построения. Получены зависимости параметров линий пересечения от взаимного положения конусов. Показано возникновение в пересечении всех кривых второго порядка и их сочетаний.

**Ключевые слова:** компьютерное моделирование, геометрическое моделирование, 3D-технологии, частные случаи пересечения, эллиптический конус, AutoCAD.

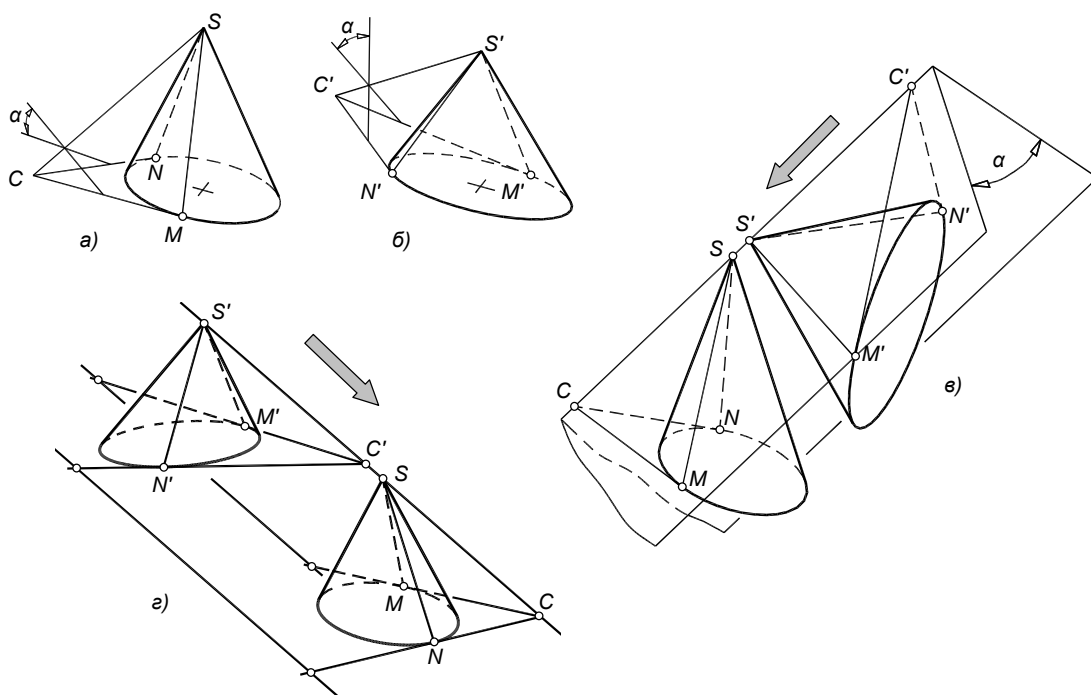
Активное внедрение компьютерных 3D-технологий проектирования и построения чертежа ставит перед кафедрами графики задачу по корректировке базовых курсов графических дисциплин [2-5]. Подобно тому, как начертательная геометрия является теоретической основой 2D-технологии, необходимо обучать теоретическим основам 3D-технологии.

В качестве эффективных обучающих примеров рекомендуем построение 3D-моделей *частных* случаев пересечения поверхностей второго порядка [6-8]. Эти примеры познавательны, поскольку отражают интересные качественные закономерности пересечения. Они же позволяют существенно развить технические навыки работы с пространственными моделями.

## 1. ВВЕДЕНИЕ



**Рис. 1.** Варианты пересечения эллиптических конусов:  
а - общий случай; б - по теореме Монжа; в - при касании по образующей с образованием гиперболы; г - с образованием эллипса



**Рис. 2.** Размещение (а, б) конусов внутри двугранного угла  $\alpha$ . Встречное (в) и согласованное (г) совмещение конусов

Для решения задач, связанных с изучением пространственных свойств объектов и точностью построений, в наибольшей мере подходит пакет AutoCAD, на основе которого выполнялись приводимые исследования.

Линия пересечения  $m$  эллиптических конусов в общем случае представляет собой пространственную кривую четвертого порядка (рис. 1, а). В частных случаях линия распадается на плоские кривые или прямые [1]. Отдельные варианты частных случаев легко воспроизводятся как на эпюре Монжа, так и в виде пространственных 3D-моделей в пакете AutoCAD. Это пересечение двух *одинаковых* эллиптических конусов согласно теореме Монжа (рис. 1, б). В зависимости от угла  $\delta$  в пересечении возникают все кривые второго порядка. Например, если у конусов имеются две параллельные образующие  $a, b$ , в пересечении возникают парабола  $p$  и эллипс  $e$ . С увеличением угла  $\delta$  парабола заменяется вторым эллипсом, с уменьшением – гиперболой.

Другим простым в реализации примером является пересечение конусов при их взаимном касании по общей образующей  $a=b$ . Линия пересечения распадается на гиперболу или эллипс в сочетании с двумя совпадающими прямыми. Гипербола  $h$  (рис. 1, в) возникает, если вершины конусов направлены в одну сторону. Если вершины направлены в разные стороны (рис. 1, г), образуется эллипс  $e$ .

Вместе с тем, для эллиптических конусов произвольных размеров, построение модели пересечения с касанием в двух точках является весьма сложной задачей. Аналитические или графические методы приводят к громоздким и ненаглядным решениям. В связи с этим ниже рассмотрен новый метод решения, основанный на возможностях 3D-моделирования в пакете AutoCAD.

## 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И АЛГОРИТМ

Даны два произвольных эллиптических конуса, которые нужно расположить так, чтобы обеспечить их касание в двух точках с требуемым качеством пересечения (напри-

мер, пересечение по двум эллипсам или по параболе и эллипсу и т.д.).

Требуется построить и исследовать в пакете AutoCAD пространственную 3D-модель, воспроизводящую распадении линии пересечения на плоские кривые второго порядка.

Предлагаемый алгоритм решения основан на том, что при двойном соприкосновении конусов у них имеются две общие касательные плоскости. Следовательно, оба конуса можно вписать в единый двугранный угол. Задав величину  $\alpha$  этого угла нужно вписать в него каждый конус (рис. 2, а, б), определив для каждого ребра угла  $SC$  ( $S'C'$ ) и касательные  $CM, CN$  ( $C'M', C'N'$ ) к эллипсу основания.

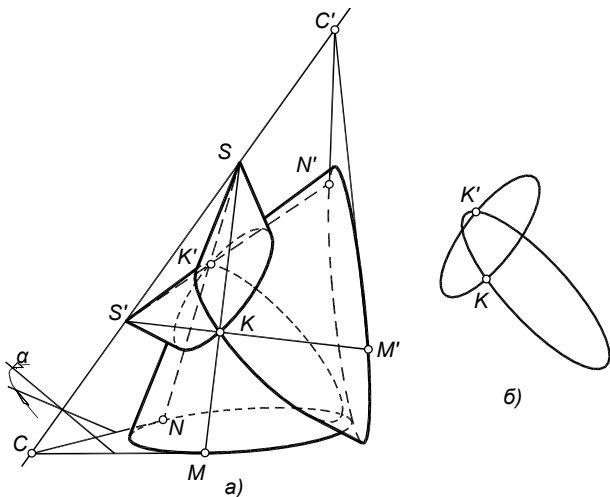
Затем совмещаем конусы так, чтобы ребра и грани углов совпали (рис. 2, в, г). Вершины конусов попадут на общее ребро угла, касательные – на грани этого угла. Осталось переместить конусы вдоль ребра. Пересечение образующих  $SM$  и  $S'M'$ , а также  $SN$  и  $S'N'$ , расположенных на гранях угла, даст точки двойного соприкосновения конусов  $K$  и  $K'$  (рис. 3, а).

Возможны два варианта совмещения конусов, приводящие к различным вариантам пересечения. В первом варианте, назовем его “встречным”, точки  $C, C'$  направлены в разные стороны относительно вершин  $S, S'$  своих конусов (рис. 2, в, рис. 3, а). Во втором, “согласованном” – в одну сторону (рис. 2, г).

## 3. МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ

Моделирование выполнялось в пакете AutoCAD. Конусы создавались командой *Cone* как объекты типа *Solids*. После их совмещения командой *Union* создавалась линия пересечения.

Для проверки точности модели и наглядного отображения линий пересечения, линии копировали на свободное место командой *Solidedit*. Затем определяли свойства полученных линий. При образовании эллипса AutoCAD качественно



**Рис. 3.** Пересечение конусов по двум эллипсам:  
 а - конусы, вписанные в двугранный угол  $\alpha$ ;  
 б - эллипсы, как линии пересечения

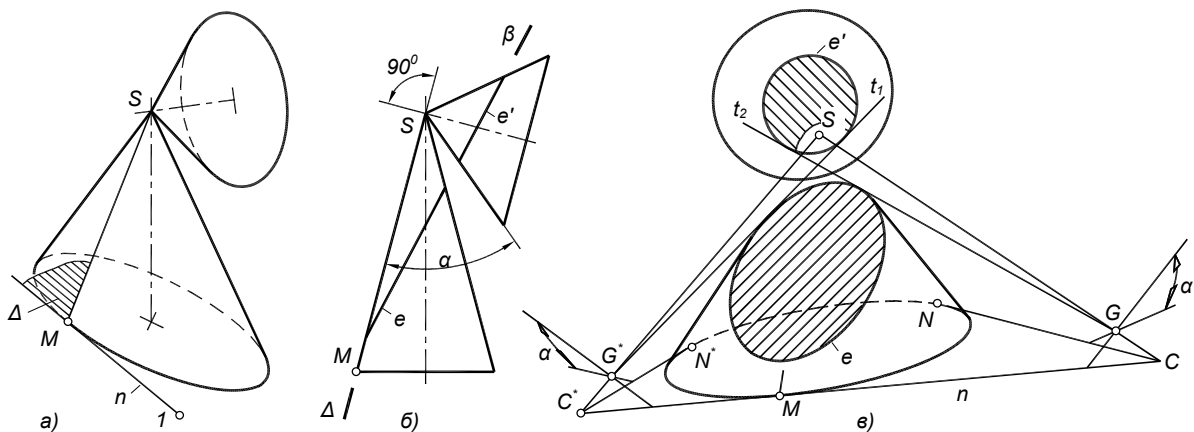
опознает его как объект *ELLIPSE*. При образовании гипербол и парабол AutoCAD диагностирует их как кривые линии типа *SPLINE*. В этом случае точность построенной кривых и их качественный вид определялась по методике, рас-

Заддим на эллипсе основания конуса точку  $M$  (рис. 4, а), которая определит положение первой грани угла как плоскости  $\Delta(n \cap MS)$ , где  $n$  – касательная к эллипсу основания конуса в точке  $M$ ,  $MS$  – образующая конуса.

Для нахождения второй грани двугранного угла построим вспомогательный круговой конус (рис. 4, б). Вершину вспомогательного конуса совместим с вершиной эллиптического; ось направим перпендикулярно грани  $\Delta$ . Угол при вершине вспомогательного конуса зададим равным  $90^\circ - \alpha$ .

Вторую грань угла найдем как плоскость, касательную одновременно к поверхностям заданного эллиптического и вспомогательного конусов. Касание поверхности вспомогательного конуса определяет, что угол между гранями будет иметь величину  $\alpha$ . Касание поверхности эллиптического конуса приведет к вписыванию последнего в двугранный угол  $\alpha$ . Вторую грань можно найти, если построить какую-либо касательную прямую  $t$ , общую для рассматриваемых конусов. Тогда вторая грань угла определится этой касательной и точкой  $S$  общей вершины конусов.

Для нахождения общей касательной прямой введем произвольную секущую плоскость  $\beta$  (рис. 4, б) и получим сечения конусов этой плоскостью – желательно, чтобы оба сечения были эллипсами  $e$  и  $e'$  (рис. 4, в). Построим касательную к эллипсам – касательных может быть четыре. Выберем одну из них, например,  $t_2$ . Найдем точку  $G$  пересечения



**Рис. 4.** Построение двугранного угла  $\alpha$ , касательного к эллиптическому конусу:  
 а – задание первой грани; б – вспомогательный конус; в – построение второй грани

смотренной в [6-8].

В редких случаях, главным образом при образовании гипербол, команда *Union* не может выполнить объединения конусов и образовать линии пересечения. Тогда командой *Section* строили дополнительное сечение или командой *Slice* – срез конусов (см. рис. 8). Линии пересечения конусов находили командой *Section* как их плоские сечения, задаваемыми точками  $K, K', A$  и точками  $K, K', B$ , где  $K, K'$  – точки касания, выявляемые при совмещении конусов (см. рис. 3), точки  $A, B$  (или  $A', B'$ ) находятся в дополнительном сечении конусов.

#### 4. РАЗМЕЩЕНИЕ КОНУСА ВНУТРИ ДВУГРАННОГО УГЛА

Основу предложенного алгоритма составляет задача о том, как вписать заданный эллиптический конус в двугранный угол величиной  $\alpha$ . Это самостоятельная задача, которая может найти применение при построении моделей. Рассмотрим ее решение.

касательной с первой гранью  $\Delta$  двугранного угла – получим ребро  $SG$  искомого двугранного угла  $\alpha$ . Поскольку прямые  $SG$  и  $n$  принадлежат грани  $\Delta$ , то на их пересечении найдем точку  $C$  ребра, принадлежащую плоскости основания эллиптического конуса. Из точки  $C$  построим касательную  $CN$  к основанию конуса. В итоге найден двугранный угол, ребром которого является отрезок  $SC$ , а грани определены точками  $M$  и  $N$ .

С уменьшением величины  $\alpha$  эллипсы сечений начнут пересекаться. Это указывает, что для заданного конуса и точки  $M$  величина двугранного угла оказалась меньше допустимого значения  $\alpha_{\min}$ . Для определения  $\alpha_{\min}$  нужно из центра эллипса  $e'$  опустить перпендикуляр на контур эллипса  $e$ . Основание перпендикуляра соединяем отрезком прямой с вершиной конусов  $S$ . Значение  $\alpha_{\min}$  определяется величиной угла между построенным отрезком и гранью  $\Delta$ .

Если величина двугранного угла превышает  $\alpha_{\min}$ , то возможны четыре положения касательной к сечениям конусов (рис. 5, а). Внутренние касательные  $t_1, t_2$  соответствуют  $\alpha <$

$90^\circ$ . Наружные касательные  $t_3, t_4$  позволяют найти двугранный угол при  $\alpha > 90^\circ$ . Таким образом, для заданного значения угла  $\alpha$ , при выбранной точке  $M$ , возможны два положения двугранного угла. Нахождение двух положений ребра  $SC^*$  и  $SC$ , соответствующих касательным  $t_1$  и  $t_2$ , приведено на рис. 4, в.

Для пары эллиптических конусов возможно четыре сочетания касательных, например, при  $\alpha < 90^\circ$  это  $t_1$  для первого и  $t_1$  - для второго, либо  $t_1, t_2, t_2, t_1, t_2, t_2$ . Выбор сочетания существенно влияет на количественные и качественные характеристики образующихся линий пересечения.

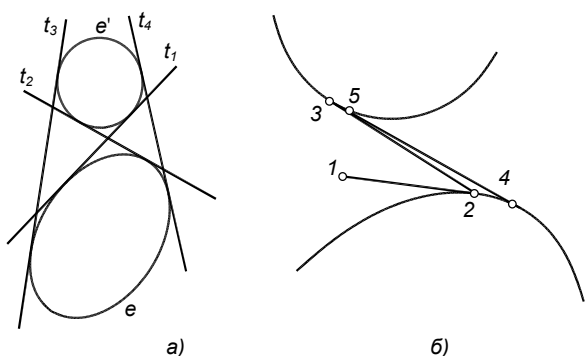


Рис. 5. Касательные к двум эллипсам (а) и алгоритм (б) их построения на примере  $t_2$

Алгоритм построения общей касательной к двум эллипсам, вытекающий из проективной геометрии, в пакете AutoCAD непосредственно (в виде команды) не поддерживается. Поэтому нами предложен алгоритм нахождения этой касательной, основанный на последовательном приближении (рис. 5, б). Включается объектная привязка *Tangent*. Из некоторой точки 1 строится отрезок 1-2, затем 2-3, 3-4, 4-5 и т.д., где точки 2...5 являются точками касания. Алгоритм дает высокую сходимость. После 5...6 итераций отрезок принимает положение касательной с точностью  $10^{-8}$ , являющейся предельной точностью построений.

При  $\alpha = 90^\circ$  построение двугранного угла существенно упрощается. Вспомогательный конус вырождается в прямую – ось конуса. Нужно найти точку пересечения этой прямой с плоскостью основания эллиптического конуса и провести из этой точки касательные к основанию эллиптического конуса. Пересечение касательных с предварительно построенной прямой  $n$  (см. рис. 4) определяет точки  $C$  и  $C'$  ребер двух двугранных углов  $\alpha = 90^\circ$ .

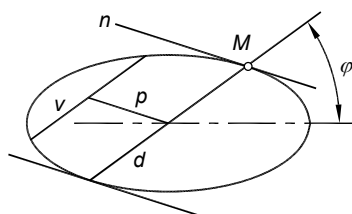


Рис. 6. Касательная к эллипсу в заданной точке  $M$

На рис. 6 показано построение касательной к эллипсу в заданной точке [1], необходимое для задания первой грани двугранного угла. Положение точки  $M$  задано углом  $\varphi$ . Под этим углом строится диаметр эллипса  $d$ , затем на произвольном расстоянии от него строится хорда  $v$ , параллельная

диаметру. Искомая касательная  $n$  параллельна отрезку  $p$ , соединяющему центр эллипса с серединой хорды.

## 5. ПРИМЕР ПОСТРОЕНИЯ МОДЕЛИ

Воспроизведем пример, показанный на рис. 3. Считаем, что пользователь владеет основами пространственных построений в пакете AutoCAD [2,3].

Примем следующие значения параметров. Первый конус: центральная точка имеет координаты  $(0, 0)$ , большая полуось эллипса равна 50, малая полуось 30, высота 120. Параметры второго конуса соответственно  $(180, 0)$ ; 60; 25; 100. Величина двугранного угла  $\alpha = 50^\circ$ . Положение первой грани угла для первого конуса зададим углом  $\varphi = 270^\circ$ , для второго  $\varphi = 45^\circ$  (см. рис. 6). Направление касательной к эллипсам сечений (см. рис. 5, а) для конуса 1 примем как  $t_1$ , для конуса 2 – как  $t_2$ . Совмещение конусов зададим как “встречное” (см. рис. 2, в).

В видовом окне вида сверху командой *Cone* строим два эллиптических конуса. Первый конус (см. рис. 2, а): *Cone \ e \ c \ 0,0 \ 50,0 \ 30 \ 120*. Второй конус (см. рис. 2, б): *Cone \ e \ c \ 180,0 \ 60,0 \ 25 \ 100*.

Для каждого конуса находим положение двугранного угла в следующей последовательности.

Получим эллипс основания, применив команду *Section* с опцией *xy*. В соответствии со значением угла  $\varphi$  и приведенным выше алгоритмом (см. рис. 6) строим касательную к эллипсу в точке  $M$ .

Устанавливаем пользовательскую систему координат (ПСК) по точкам  $M, I, S$  (см. рис. 4, а). Переносим начало координат в вершину  $S$  и поворачиваем ПСК вокруг оси  $Y$  на  $90^\circ$  – ось  $X$  направлена по оси вспомогательного конуса. Строим вспомогательный конус с углом при вершине  $90 - \alpha = 40^\circ$ . Высоту этого конуса задаем равной 50...70. Конус получаем командой *Revolve*, создав предварительно замкнутый треугольный контур.

Установим вид, в котором первая грань угла вырождается в прямую (см. рис. 4, б). Задаем секущую плоскость  $\beta$ . Для этого установим ПСК так, чтобы ее плоскость  $XY$  пересекла все образующие эллиптического и вспомогательного конусов. Перейдем на новый слой, и командой *Section* (опция *xy*) получим эллипсы сечений конусов.

Определим минимально-допустимое значение двугранного угла  $\alpha_{\min}$ . Опускаем перпендикуляр из центра эллипса  $e'$ , соответствующего вспомогательному конусу, на контур второго эллипса  $e$  (см. рис. 4, в): *Line \ с объектной привязкой Center* укажите первый эллипс \ с объектной привязкой *Perpendicular* укажите второй эллипс. Соединим отрезком прямой (*Line*) вершину конусов  $S$  с основанием найденного перпендикуляра. Простановкой углового размера измерим угол между найденным отрезком и осью вспомогательного конуса. Дополнительный угол к найденному является искомым. В рассматриваемом примере значение  $\alpha_{\min}$  для первого конуса составило  $\approx 28.1^\circ$ , для второго  $\approx 29.6^\circ$ . Следовательно, принятое в нашем примере значение  $\alpha = 50^\circ$  является допустимым.

Далее строим общую касательную к эллипсам сечений. Заморозим все слои, кроме слоя сечений, и установим вид в плане полученных сечений (см. рис. 5). Командой *Units* зададим максимальную точность отображения координат, равную  $10^{-8}$ . С учетом принятого для каждого конуса направления касательной, командой *Line* с применением объектной привязки *Tangent*, постройте 5...7 отрезков (см. рис. 5, б). Применив команду *List*, убедитесь, что, начиная с

4...5 отрезка, координаты конечных точек не изменяются в последнем знаке, то есть, достигнуто предельное положение касательной. Командой *Draworder* с опцией *Back* переместите последний отрезок на задний план и удалите все предыдущие отрезки – касательная построена.

Находим точку *G* пересечения касательной *t* с плоскостью первой грани двугранного угла. Для этого командой *Lengthen* удлиняем отрезок *t*. Восстанавливаем ПСК в положение первой грани. Применяя координатный фильтр .ху, находим проекцию прямой *t* на плоскость *XU* ПСК. Точку *G* определяем на пересечении прямой *t* с ее проекцией [2].

Той же командой удлиним отрезки *SG* и касательную *n*. На их пересечении находим точку *C* ребра двугранного угла. Применив объектную привязку *Tangent*, строим отрезок из точки *C* к эллипсу основания конуса и находим точку *N*.

После того, как для каждого конуса найдены точки *C* и *N*, выполним совмещение конусов. Первый конус оставим на месте, а второй переместим в положение, при котором ребра и грани двугранных углов совпадут. Совмещение выполняется в следующей последовательности.

Установим ПСК по второму конусу (см. рис. 4, в): *Ucs \ 3 \* с объектной привязкой последовательно укажите точки *C*, *S*, *M*. Перенесем начало координат в вершину того же конуса: *ucs \ o \* с объектной привязкой укажите вершину второго конуса *S*.

В установленной системе координат создаем блок, включив в него второй конус, ребро *SC* и касательные *SM*, *SN*. Можно включить в блок касательные *CM*, *CN*. В качестве точки вставки указываем (0,0,0) ПСК.

Переопределим систему координат (ПСК), установив ее по первому конусу (см. рис. 3, а): *ucs \ 3 \* с объектной привязкой последовательно укажите точки *S*, *C*, *M*.

Оставаясь в системе координат первого конуса, вставим блок (команда *Insert*), содержащий второй конус. Точку вставки задайте (60, 0).

Осталось расчлнить блок (*Explode*) и объединить конусы (*Union*) – линия пересечения получена. Командой *Solidedit \ Edge* скопируйте линии пересечения на свободное место. Командой *List* убедитесь, что полученные линии являются эллипсами (объекты *ELLIPSE*). Если в рассмотренном примере линии пересечения являются объектами *SPLINE*, то допущены неточности построения.

## 6. ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Была разработана программа на языке AutoLisp [2]. Программа позволяет в соответствии с изложенным алгоритмом установить конусы в положение, соответствующее их двойному прикосновению, и рассчитать количественные и качественные показатели возникших линий пересечения.

Были приняты следующие исходные параметры модели:

- размеры эллиптических конусов;
- величина двугранного угла  $\alpha$ ;
- угол  $\varphi$  для каждого конуса (см. рис. 6);
- вариант “встречного” или “согласованного” совмещения конусов;
- вариант построения касательной (см. рис. 4 и рис. 5);
- расстояние *SS'* между вершинами конусов (см. рис. 3).

За количественный показатель линии пересечения, получаемой в результате построения, был взят угол  $\gamma$  между плоскостью этой линии и очерковой образующей первого конуса (рис. 7, а). Для определения угла  $\gamma$  устанавливался вид, в котором плоскость линии пересечения и плоскость основания конуса становились проецирующими. Командой *Solprof* строился очерк первого конуса, по отношению к которому измерялось значение угла  $\gamma$ . Угол  $\gamma$  определялся для каждой из двух линий пересечения.

Качественный показатель каждой линии определялся знаком угла  $\gamma$ . Для гипербол *h* значение  $\gamma$  считалось положительным. Для эллипсов *e* – отрицательным. Для парабол *p* угол  $\gamma$  равен нулю.

## 7. ВЛИЯНИЕ ВЕЛИЧИНЫ ДВУГРАННОГО УГЛА

На рис. 7 показано влияние угла  $\alpha$  для согласованного и встречного совмещения конусов. Значения остальных параметров были как в рассмотренном выше примере.

При встречном совмещении (рис. 7, б) и значении  $\alpha$ , близком к минимально допустимой величине  $\alpha_{\min}$ , значение  $\gamma$  для кривой 1 положительное, для кривой 2 – отрицательное. Следовательно, одна из линий пересечения гипербола, вторая – эллипс. При  $\alpha=\alpha_1$  для кривой 1 значение  $\gamma=0$ , то есть гипербола преобразуется в параболу. При увеличении  $\alpha$  та же линия становится эллипсом ( $\gamma<0$ ). Кривая 2 все время остается эллипсом, поскольку для нее  $\gamma<0$ . При стремлении  $\alpha$  к  $180^\circ$  эллипс сжимается. При  $\alpha=180^\circ$  он распадается на две прямые (см. рис. 1, з).

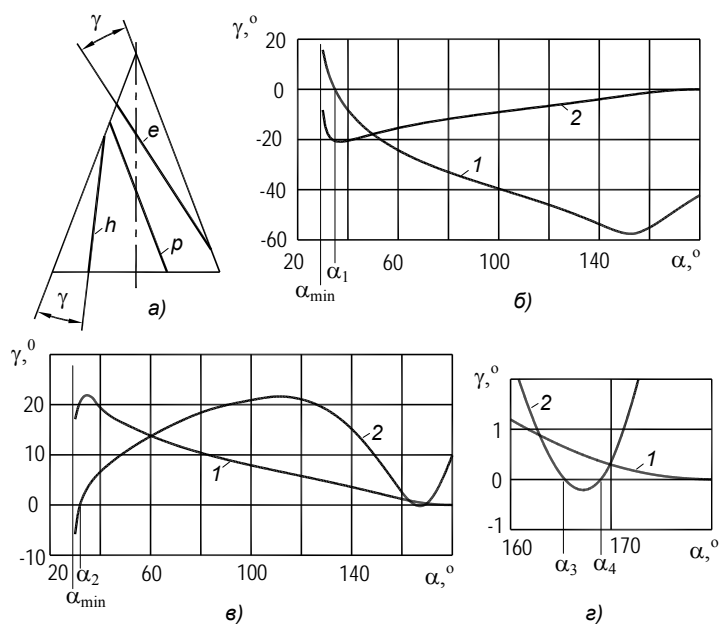


Рис. 7. Зависимость угла  $\gamma$  наклона линий пересечения от величины двугранного угла  $\alpha$ :

а – измерение угла  $\gamma$ ; б – встречное совмещение конусов; в, з – согласованное совмещение

При согласованном совмещении конусов (рис. 7, в, з) с изменением угла  $\alpha$  одна из линий (кривая 1) все время остается гиперболой. При  $\alpha=180^\circ$  она распадается на две прямые, являющиеся образующими конусов. Вторая линия пересечения (кривая 2) в узких интервалах ( $\alpha_{\min}$ ,  $\alpha_2$ ) и ( $\alpha_3$ ,  $\alpha_4$ ) является эллипсом. При  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$ ,  $\alpha_4$  – параболой. При остальных значениях  $\alpha$  эта линия является гиперболой.

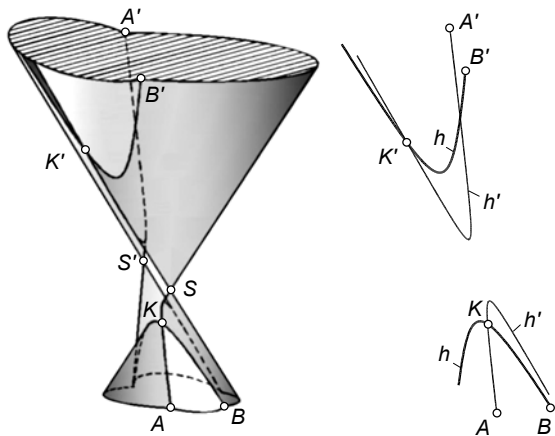


Рис. 8. Пересечение конусов с образованием двух гипербол

На рис. 8 показан вариант пересечения, в котором образовались две гиперболы  $h$  и  $h'$ . Для получения двух ветвей гипербол зеркальным отображением строились верхние

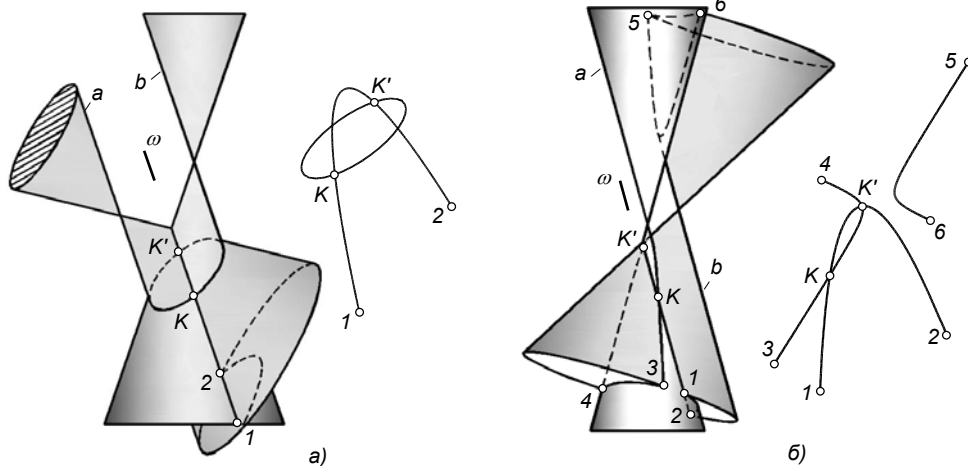


Рис. 9. Пересечение конусов по параболе и эллипсу (а), по параболе и гиперболе (б)

“чаши” конусов.

Из графиков (см. рис. 7) видно, что при пересечении эллиптических конусов (в отличие от круговых конусов) возникают все сочетания кривых второго порядка, кроме одновременного образования двух парабол.

Точки касания  $K, K'$  могут быть расположены как на одной чаше конуса (см. рис. 3), так и на разных (рис. 8).

Особый интерес вызывает получение параболы, как переходной кривой от эллипса к гиперболе. Значения двугранного угла  $\alpha$ , приводящие к образованию парабол, могут быть вычислены последовательным приближением по изменению параметра  $\gamma$ . Разработанная программа позволяет сделать это с точностью до  $10^{-8}$ .

На рис. 9, а показано получение параболы в сочетании с эллипсом, соответствующее значению  $\alpha = \alpha_1$  (см. рис. 7, б). Парабола в сочетании с гиперболой (рис. 9, б) соответствует значению  $\alpha_3$  (см. рис. 7, в). Плоскость параболы  $\omega$

(рис. 9) параллельна одной из образующих каждого конуса – прямые  $a, b$ .

## 8. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Графики (см. рис. 7) отражают сложность рассмотренной геометрической модели. Построение и исследование таких моделей аналитическими методами или на эпюре Монжа связано с трудностями реализации и малой наглядностью.

Построение 3D-модели в пакете AutoCAD позволило воспроизвести качественные закономерности и получить количественные взаимосвязи. Это удалось сделать наглядно и с высокой точностью. Программа, написанная на “родном” для пакета AutoCAD языке AutoLisp, позволила автоматизировать построения и вычисления.

Приведенный пример показывает широкие возможности исследования пространственных свойств объектов и выполнения точных построений новыми методами, основанными на 3D-технологии пакета AutoCAD.

Построение и анализ моделей, подобных приведенной, внедрено в учебный процесс в виде контрольно-графического задания, выполняемого студентами ряда специальностей ЮУрГУ [6,8].

## 9. БИБЛИОГРАФИЯ

- [1] Начертательная геометрия. Под ред. Н.Ф. Четверухина. М., “Высшая школа”, 1963. – 419 с.
- [2] Хейфец А.Л. Инженерная компьютерная графика. Опыт преподавания и широта взгляда. М.: Диалог МИФИ. 2002. – 432 с.
- [3] Хейфец А.Л. Инженерная компьютерная графика. AutoCAD. Практический курс Учебное пособие. 4-е издание, переработанное и дополненное – СПб.:БХВ-Петербург, 2005. – 320 с.
- [4] 3D-технология построения чертежа. AutoCAD / А.Л. Хейфец, А.Н. Логиновский, И.В. Буторина, Е.П. Дубовикова. — Учебное пособие. Под редакцией А.Л. Хейфеца. — 3-е изд., перераб. и доп. — СПб.:БХВ-Петербург, 2005. – 285с.

[5] А.Л. Хейфец. Адаптация базовых графических дисциплин к 3D-компьютерным технологиям проектирования. В сб.: Проблемы научно-методического и организационного обеспечения учебного процесса по начертательной геометрии, инженерной и компьютерной графике. Сборник трудов Всероссийского семинара-совещания заведующих кафедрами графических дисциплин. Саратов. СГТУ. 2005. – 255с.

[6] Хейфец А.Л., Исследование линии пересечения поверхностей второго порядка в курсе теоретических основ компьютерного геометрического моделирования. В сб.: Труды конференции. 12-я Международная конференция по компьютерной графике и машинному зрению. Графикон 2002. Нижний Новгород, 16 сентября – 21 сентября. – 462 с.

[7] Хейфец А.Л., Буторина И.В., Логиновский А.Н. 3D-моделирование линий пересечения поверхностей (AutoCAD). В сб.: Совершенствование графической подготовки учащихся и студентов. СГТУ. Саратов. 2004.

[8] Хейфец А.Л., Ерохин С.В. 3D-моделирование частных случаев пересечения поверхностей второго порядка в пакете AutoCAD // Вестник ЮУрГУ. Серия “Строительство и архитектура”. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ. 2003. – Вып. 2. №7(23). – с. 92-95.

### Об авторах

Хейфец Александр Львович – доцент, к.т.н., профессор кафедры графики Южно-Уральского государственного университета, профессор Челябинского государственного агроинженерного университета.

Телефон: (8-351)-237-34-28

E-mail: [heifets@yandex.ru](mailto:heifets@yandex.ru)

Короткий Виктор Анатольевич – доцент, к.т.н., доцент кафедры графики Южно-Уральского государственного университета.

Chelyabinsk State Agrarian Engineering University. E-mail: [heifets@yandex.ru](mailto:heifets@yandex.ru)

Korotky Viktor Anatolievich – associate professor of the Graphics department at South Ural State University

## 3D-computer simulation of elliptic cones intersection at their double osculation. AutoCAD

A.L. Kheifets, V.A. Korotky

South Ural State University  
Chelyabinsk, Russia

### Abstract

A 3D-model of elliptic cones intersection at their double osculation is developed. The algorithm of solving the problem, based on inscribing cones into a dihedral angle, is proposed. The model is realized in AutoCAD application. An example of modeling is thoroughly considered. The dependences of the intersection lines parameters on the relative position of cones are obtained. The formation of all quadric curves and their combinations over the intersection are shown.

**Keywords:** *computer simulation, geometric simulation, 3D-technologies, special cases of intersection, elliptic cone, AutoCAD*

### About the authors

Kheifets Alexander Lvovich – professor of the Graphics department at South Ural State University, professor of