# Об одном локальном методе трехмерного секционирования

Александр Разгулин[1], Татьяна Романенко[1], Андрей Ларичев[2], Никита Ирошников[2]
[1]Факультет Вычислительной математики и кибернетики, [2]Физический факультет
Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова
razgulin@cs.msu.ru, romanenko@cs.msu.ru, larichev@optics.ru, nikita@optics.ru

## Аннотация

Для решения возникающей в офтальмологии задачи трехмерного секционирования разработан итерационный метод деконволюции в спектральной области, допускающий эффективное распараллеливание на многоядерных CPU.

***Ключевые слова:*** *свертка, деконволюция, секционирование, изображающая система, итерационный метод, регуляризация.*

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Один из перспективных подходов для восстановления трехмерной структуры глазного дна человека основан на быстрой перефокусировке изображающей системы методами адаптивной оптики [3] и получении стека изображений, находящихся на различной глубине. Однако наряду с истинным сечением трёхмерного объекта в каждой фокальной плоскости полученные изображения содержат размытые изображения соседних по глубине сечений, аберрации оптической системы глаза, флуктуации фиксации, а также искажения светочувствительных сенсоров. Таким образом, возникает проблема устойчивого к помехам получения «очищенного» от указанных искажений стека изображений сечений глазного дна по глубине для его последующего использования в трёхмерной реконструкции. Известным аналогом данного подхода является метод цифрового секционирования в биомикроскопии ([1],[2],[4]), близкие постановки возникают также в задачах вычислительной диагностики полупрозрачных слоистых структур [7].

## 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И МЕТОД РЕШЕНИЯ

Задача восстановления трехмерного объекта в оптической микроскопии описывается операторным уравнением ([1], [2], [4])

$$i(x,y,z) = o(x,y,z) * h(x,y,z), \qquad (1)$$

где $i(x,y,z)$ – наблюдаемое изображение, $o(x,y,z)$ – искомый объект, $h(x,y,z)$ – трехмерная функция точечного источника (point spread function, PSF), $*$ – знак операции трехмерной свертки. Уравнение (1) является трехмерным интегральным уравнением Фредгольма первого рода. Поскольку для анализа и обработки доступны сечения трехмерного изображения офтальмологического объекта лишь в конечном наборе плоскостей $z \in \{z_1, z_2, \dots, z_N\}$, где количество сечений $N$ на порядки меньше количества точек в каждом горизонтальном сечении, для приближенного решения уравнения (1) осуществляется переход от симметричной по координатам $(x,y,z)$ формы записи уравнения (1) к дискретному по $z$ аналогу:

$$i_m \equiv i(x,y,z_m) = \sum_{n=1}^{N} o(x,y,z_n) * h_{m-n}\ x,y). \qquad 2)$$

Здесь $\{i_m\}$ – наблюдаемые изображения, $m = 1,2,\dots,N$, $\{o_m = o(x,y,z_m)\}$ – исходные данные, расположенные на $m$-ом слое объекта, $h_{m-n}(x,y) = h(x,y,z_m - z_n)\Delta z_{nm}$, $\Delta z_{nm}$ – расстояние между слоями с номерами $n$ и $m$, $*$ – операция двумерной свертки. Характерная для живой трехмерной структуры глаза PSF функция полностью некогерентной изопланарной изображающей системы имеет вид [8]:

$$h(x,y,\Delta z_{nm}) = |F(M \cdot \exp\{i \cdot\ p_S + p)\})|^2,$$

где $F$ — оператор двумерного преобразования Фурье, $i$ – мнимая единица, $M(\xi,\eta) = ind(\xi^2 + \eta^2 < r^2)$ – функция зрачка, $p_S = p_S(\xi,\eta,\Delta z_{nm})$ отвечает за степень размытия слоя исходных данных, учитываемого при формировании наблюдаемого изображения, в зависимости от его смещения $\Delta z_{nm}$ от плоскости фокусировки и задается формулой

$$p_S\ \xi,\eta,\Delta z_{nm}) = a(\xi^2 + \eta^2)|n - m|,$$

где постоянная $a > 0$ определяется физическими параметрами изображающей системы [8]. Функция $p(\xi,\eta) = b\ \xi^2 + \eta^2)$, $b > 0$ отвечает стационарному дефокусу, привносимому аберрациями оптической системы глаза и не зависящему от расположения слоя при расчете его вклада в наблюдаемое изображение.

Прямое обращение свертки (1) является неустойчивой задачей, поскольку передаточная функция соответствующей изображающей системы в некоторых областях частотного пространства обращается в ноль или близка к нулю. Обзор преимуществ и недостатков имеющихся прямых и итерационных методов решения для близких задач трехмерной биомикроскопии, отличающихся от нашей задачи видом импульсной функции, приводится, например, в [2] п. 22.2 и [4], гл. 14. Анализ этих методов показывает, что по сравнению с прямыми итерационные методы являются более точными, но сопровождаются увеличением вычислительной трудоемкости. Однако при надлежащем выборе итерационного алгоритма, допускающего распараллеливание вычислений современными программно-аппаратными средствами, такое увеличение трудоемкости не является принципиальным моментом.

Следуя [8], приведем описание используемого итерационного алгоритма, допускающего эффективное распараллеливание. Сначала применяется переход от (2) к системе уравнений, связывающей двумерные Фурье-образы $I_m, O_m, H_m$ рассматриваемых функций $i_m, o_m, h_m$ в плоскости спектральных переменных $(u,v)$:

$$I_m\ u,v) = \sum_{n=1}^{N} O_n\ u,v) \cdot H_{m-n}\ \ u,v), \quad m = 1,2,\dots,N. \quad (3)$$

Система (3) в каждой точке $(u,v)$ суть система линейных алгебраических уравнений относительно коэффициентов Фурье $\vec{O}\ u,v) =\ O_1\ u,v), O_2\ u,v), \dots, O_N\ u,v))$ исходных данных с матрицей $S$ размера $N \times N$, составленной из коэффициентов $\vec{H}\ u,v) =\ H_1\ u,v), H_2\ u,v), \dots, H_N\ u,v))$, и может быть записана в виде

$$S\vec{O} = \vec{I}. \qquad (4)$$

При ее решении используется зависящий от параметра $\mu > 0$ неявный итерационный метод [5], задающий регуляризирующий алгоритм для нахождения решений системы линейных алгебраических уравнений (4):

$$\vec{O}^{(k+1)} = (E + \mu\, S^*S)^{-1}\vec{O}^{(k)} + \mu(E + \mu\, S^*S)^{-1}S^*\vec{I}, \qquad (5)$$

где $k = 0,1,\dots,K$, $\vec{O}^{(0)} = (0,0,\dots,0)$.

Ранее в работе [8] рассматривался случай секционирования с постоянным выбором параметра $\mu$ для всех спектральных компонент. Было выяснено, что при разных значениях параметра $\mu$ качество восстановления высокочастотных и низкочастотных гармоник отличается и не может быть одновременно хорошим. В этой ситуации эффективен локальный подход (см., например, [9],[10]), основанный на локализации выбора параметра метода регуляризации в зависимости от спектральных компонент при наличии соответствующей априорной информации о погрешностях. В следующем разделе приводятся сравнение результатов трехмерного секционирования для постоянного и локального методов выбора параметра.

## 3. РЕЗУЛЬТАТЫ ВОССТАНОВЛЕНИЯ

### 3.1 Трехмерный объект

Рассматривался фантомный полупрозрачный трехмерный объект, состоящий из нескольких расположенных на разных слоях сосудов, и использовались следующие параметры системы, характерные для живой трехмерной структуры глаза: глубина объекта по координате $z$, по которой проводилось секционирование, составляла 800 микрон, число слоев $N = 20$, $a = 0.2105\,\pi$, $b = 0.5\,\pi$. Характерный вид исходных сечений и сам трехмерный объект представлены на рисунке 1.

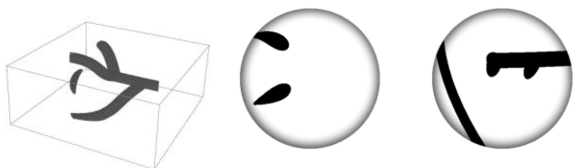


**Рисунок 1:** Изображение рассматриваемого трехмерного объекта и его исходных слоев с номерами 3, 10.

Поскольку одним из характерных видов шума для подобных оптических систем является пуассоновский шум, восстановление изображений проводилось для наблюдаемых изображений, к которым был добавлен пуассоновский шум порядка 2%, что соответствует 100 000 фотонов на единицу интенсивности пикселя. Характерный вид зашумленных наблюдаемых изображений для номеров слоев 3, 10, 19 представлен на рисунке 2.

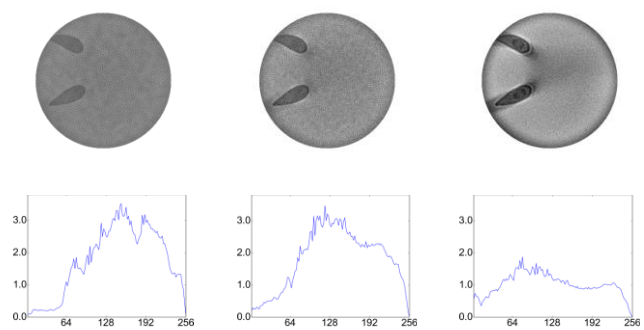
**Рисунок 2:** Изображения наблюдаемых зашумленных слоев с номерами 3, 10, 19.

### 3.2 Результаты восстановления для случая постоянного $\mu$

На рисунке 3 представлены характерные результаты восстановления и графики соответствующих значений векторного частотного критерия (ВЧК) для сечения с номером 3 для различных значений параметра μ при фиксированном числе итераций $K = 40$ метода (5). Отметим, что векторный частотный критерий используется для количественной оценки качества восстановления изображений в каждой секущей плоскости фокусировки и позволяет контролировать особенности восстановления в спектральной плоскости. ВЧК задается функцией

$$A(r) = \frac{1}{m(r)} \sum_{(u,v):r^2 \le u^2+v^2 \le (r+1)^2} \left| \frac{F\left(\overline{E}(\overline{D}(\tilde{o}))\right)}{F\left(\overline{E}(\overline{D}(o))\right)} \right| (u,v),$$

где $\tilde{o}$ — восстановленное изображение, сдвинутое в неотрицательную область, $o$ — исходное изображение, $\overline{D}(X) = X/D(X)$, $\overline{E}(X) = X/E(X)$, $D(\cdot)$ — дисперсия, $E(\cdot)$ — среднее, $m(r)$ — число точек $(u,v)$, удовлетворяющих соотношению $r^2 \le u^2 + v^2 \le (r+1)^2$.




(а) (б) (в)

**Рисунок 3:** Секционирование слоя №3 изображения для значений числа итераций $K = 40$ и параметра метода $\mu = 0.1$(а), $\mu = 0.01$(б) и $\mu = 0.001$(в).

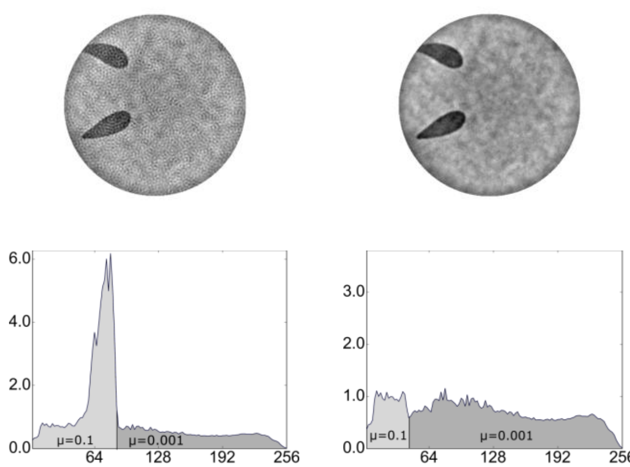
Как видно из рисунка 3, значение параметра $\mu = 0.1$(а) является слишком большим для зашумленных наблюдаемых изображений из-за привносимого в восстанавливаемые изображения высокочастотного шума. Уменьшение значения параметра до $\mu = 0.01$ улучшает качество восстановления, но не существенно. На графике ВЧК по-прежнему видна деградация восстановленного изображения в области высоких частот. Уменьшение значения $\mu$ до 0.001 позволяет существенно снизить уровень шума, но приводит к тому, что секционирование слоев оказывается недостаточным. Это видно и на графике ВЧК, где заметен провал в области низких частот, хотя график в области высоких частот характеризуется достаточным качеством восстановления.

### 3.3 Результаты восстановления для случая выбора $\mu$ в зависимости от номера гармоники

Существенного улучшения качества восстанавливаемого изображения можно добиться выбором параметра метода $\mu$ в зависимости от номера восстанавливаемой гармоники.

Поскольку для случая наблюдаемых изображений без шума оптимальными являются достаточные большие значения параметра $\mu$, был проведен анализ восстановленных изображений для случаев, когда на области низких частот восстановление велось с большим значением параметра метода, но при том же числе итераций.

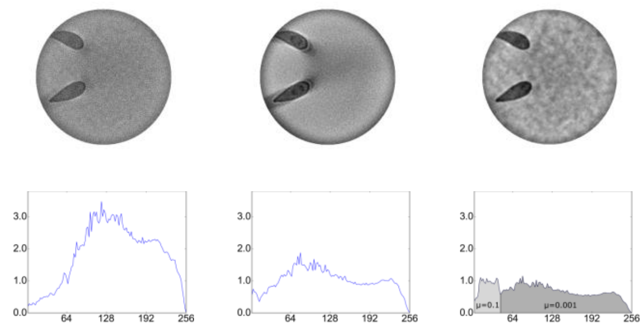
На рисунке 4а представлены результаты восстановления для случая $K = 40$ итераций, когда $\mu$ выбиралось равным 0.1 для гармоник $(u, v): \sqrt{u^2 + v^2} \leq R/3$, $R = \max_{(u,v)} \sqrt{u^2 + v^2}$, и равным 0.001 для остальных номеров гармоник. Несмотря на хорошее секционирование, восстановленное изображение оказывается зашумленным более низкочастотным шумом, что подтверждается скачком в соответствующей частотной области графика ВЧК. За счет уменьшения области расчета для низких частот до $(u, v): \sqrt{u^2 + v^2} \leq R/6$ можно добиться значительного улучшения качества восстанавливаемого изображения. Как видно из рисунка 4б, восстановленное изображение хорошо секционировано от соседних слоев, а график ВЧК на всей области, в том числе и на области высоких частот, близок к единице.




(а) (б)

**Рисунок 4:** Секционирование слоя №3 изображения для числа итераций $K = 40$ и значений параметра метода $\mu$, зависящих от номера гармоники.

На рисунке 5 приведено сравнение качества восстановления изображений для случаев общего для всех номеров гармоник параметра метода $\mu$ (а, б) и случая (в), описанного выше для рисунка 4б. Результат восстановления для $\mu$, зависящего от номера гармоники, характеризуется близким к единице графиком ВЧК, в отличие от графиков ВЧК для случаев с общим $\mu$, имеющих скачки и неравномерные перепады в области средних и высоких частот. Более того, для рассматриваемого случая удалось добиться хорошего секционирования восстанавливаемых слоев от соседних в сочетании с достаточным низким уровнем привносимого зашумления.




(а) (б) (в)

**Рисунок 5:** Сравнение качества восстановления изображений для общего для всех номеров гармоник параметра метода μ и для выбранного в зависимости от номера гармоники.

Приведенные результаты показывают, что тонкой подстройкой значений параметра метода $\mu$ в зависимости от задаваемой частотной области и выбором самой частотной области можно добиться существенного улучшения качества восстановления зашумленных изображений. Отметим, что обзор других методов цифрового анализа сосудов глазного дна можно найти, например, в [6].

## 4. ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ

Разработанный итерационный метод трехмерного секционирования был реализован на языке C++ с использованием библиотеки быстрого ДПФ FFTW, официальной реализации стандарта BLAS (Basic Linear Algebra Subprograms) от Netlib для Windows в рамках библиотеки LAPACK. Для выполнения реализованного итерационного метода параллельно для нескольких точек на выбранном числе процессорных ядер использовалась реализация стандарта OpenMP на C++. Максимальный размер оперативной памяти, используемой каждым выполняемым параллельно процессом, реализующим итерационный метод для некоторой точки $(u, v)$, составлял $128 \times (2N^2 + 3N)$ байт, что позволило увеличить максимально возможный размер обрабатываемых данных.

Для измерения производительности реализованного алгоритма расчеты для задач с размерностями 256x256, 512x512, 1024x1024 и 2048x2048 для 20 восстанавливаемых слоев проводились на персональном компьютере с процессором Intel Core i7-4790K, имеющем 4 процессорных ядра с поддержкой технологии Intel Hyper-Threading, 16Гб оперативной памяти под управлением 64-битной операционной системой Windows 8.1.

При небольших размерах изображений, как видно из рисунка 6, время работы программы мало меняется с ростом числа итераций и является приемлемым для клинической практики при восстановлении стеков медицинских изображений высокого разрешения. Дальнейшее же увеличение размеров изображений приводит к тому, что приходится не только выполнять БДПФ для больших по размеру массивов, но и проводить расчет итерационного метода для существенно большего числа точек, что приводит к росту времени выполнения программы.

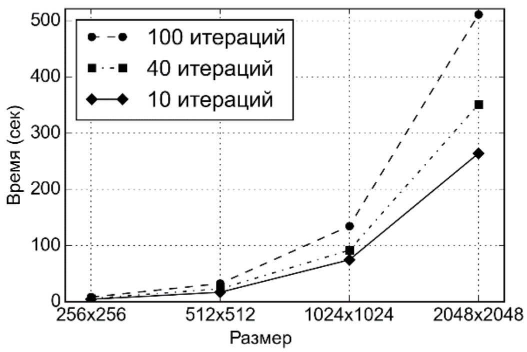



**Рисунок 6:** Время работы программы для случая $K = 10$, $40$ и $100$ итераций.

Как видно из приведенного на рисунке 7 графика ускорения работы программы в зависимости от числа используемых потоков, программа хорошо масштабируется для различных размеров входных данных на использованном 4-ядерном центральном процессоре.

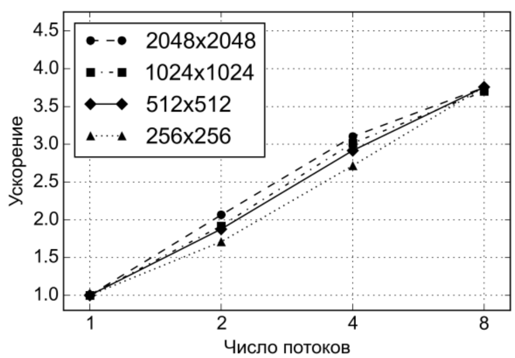



**Рисунок 7:** График ускорения работы программы на различных размерах изображения в зависимости от числа потоков.

Отметим, что одной из важных особенностей реализованного алгоритма является возможность его эффективного распараллеливания с использованием многоядерной архитектуры современных CPU и, в дальнейшем, возможность переноса вычислений на GPU, что, с учетом специфики современных многоядерных графических процессоров, позволит добиться существенного снижения времени работы программы, как в части БДПФ, так и в части решения СЛАУ.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для типичной постановки возникающей в офтальмологии задачи трехмерного секционирования рассмотрен локальный итерационный метод в спектральной области. По сравнению с нелокальным выбором параметров метод позволяет получить улучшенные результаты секционирования с сохранением хорошего уровня масштабируемости при его реализации на многоядерных CPU.

## 6. БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант №15-29-03896 офи-м.

## 7. ЛИТЕРАТУРА

[1] Agard D. *Optical sectioning microscopy: cellular architecture in three dimensions // Ann. Rev. Biophys. Bioeng. 1984. Vol. 13. P. 191-219.*

[2] Castleman K. *Digital Image Processing. Pearson Education, 2007. 686 p.*

[3] Larichev A.V., Ivanov P.V., Iroshnikov N.G., Shmalhauzen V.I., Otten L.J. *Adaptive system for eye-fundus imaging // Quantum Electronics. – 2002. – Vol. 32. – P. 902-908.*

[4] Wu Q., Merchant F., Castleman K. *Microscope image processing. Academic Press. 2008. 576 p.*

[5] Бакушинский А.Б., Гончарский А.В. *Итеративные методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1989.128 с.*

[6] Ильясова Н.Ю. *Методы цифрового анализа сосудистой системы человека. Обзор литературы // Компьютерная оптика. 2013. Т. 37. № 4. С. 511-535.*

[7] Матвиенко А.Н., Новикова Т.Н. *Метод обработки изображений полупрозрачных слоистых сред // Вестник Моск. ун-та, сер. 15, Вычислительная математика и кибернетика. 1988. № 4. С. 33-37.*

[8] Разгулин А.В., Ирошников Н.Г., Ларичев А.В., Павлов С.Д., Романенко Т.Е. *Об одной задаче численного секционирования в офтальмологии // Компьютерная оптика. 2015. Т. 39. № 5. С. 777–786.*

[9] Сизиков В.С. *Анализ методов локальной регуляризации и формулировка метода субоптимальной фильтрации решения уравнеий I рода // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 1999. Т. 39. № 5. С. 718–733.*

[10] Тихонов А.Н., Арсении В.Я., Тимонов А.А. *Математические задачи компьютерной томографии. М.: Наука, 1987.160 с.*

## Об авторах

Разгулин Александр Витальевич, д.ф.-м.н., работает профессором на факультете Вычислительной математики и кибернетики МГУ имени М.В. Ломоносова. E-mail: razgulin@cs.msu.ru

Романенко Татьяна Евгеньевна, к.ф.-м.н., работает ассистентом на факультете Вычислительной математики и кибернетики МГУ имени М.В. Ломоносова. E-mail: romanenko@cs.msu.ru

Ларичев Андрей Викторович, к.ф.-м.н., работает доцентом на физическом факультете МГУ имени М.В. Ломоносова. E-mail: larichev@optics.ru

Ирошников Никита Георгиевич, к.ф.-м.н., работает доцентом на физическом факультете МГУ имени М.В. Ломоносова. E-mail: nikita@optics.ru