

Визуализация различных модификаций алгоритма броуновского движения для построения фрактальных поверхностей

Брылкин Ю.В.

maderator@yandex.ru

МФ ФГБОУ ВПО МГТУ им. Н.Э. Баумана, Мытищи, Россия

Статья посвящена получению отсека поверхности, качественно аппроксимирующего геометрические параметры фрагмента реальной поверхности. Для достижения поставленной цели в статье описывается и визуализируется работа алгоритма на основе броуновского движения и нескольких его модификаций. Показано, что все алгоритмы приводят к построению поверхности с заданной фрактальной размерностью.

Ключевые слова: геометрическая модель, шероховатость, микроструктура, фрактал.

Brownian motion algorithm various modifications visualization to construct fractal surfaces

Brylkin Yu.V.

maderator@yandex.ru

Mytishinskiy branch FGBOU VPO «Bauman Moscow State Technical University», Mytishi, Russia

The article receiving surface compartment, efficiently approximating the real surface fragment geometrical parameters. To achieve this goal, the article describes and visualizes the algorithm is based on Brownian motion and a few modifications. It is shown that all algorithms lead to the surfaces construction with a given fractal dimension.

Keywords: geometric model, roughness, microstructure, fractal.

1. Введение

При испытаниях теплозащитных материалов изделий ракетно-космической техники особенно важно правильно интерпретировать получаемые данные. Сложность учёта геометрических характеристик шероховатости на микро- и наноуровне приводит к погрешностям при численном моделировании обтекания отсека поверхности потоком разреженного газа. В то же время, в работе [6] было показано, что реальная площадь поверхности медного сплава превышает площадь собственного отображения на плоскость в девять раз. Это означает, что скорость гетерогенных реакций на поверхности меди в девять раз больше, нежели на плоскости.

Оценка влияния микроструктуры поверхностного слоя возможна с помощью математического моделирования физико-химических процессов, протекающих на поверхности материала при тепловом воздействии. В ряде работ [2, 7, 10], при поиске универсального параметра, корректно описывающего геометрические характеристики шероховатости, было установлено, что фрактальная размерность [9], вычисленная для локального участка поверхности, заменяет целый комплекс амплитудных и шаговых параметров профиля поверхности. Опираясь на знание показателя фрактальной размерности, становится достаточно простым построение в программных комплексах негладких поверхностей, качественно аппроксимирующих геометрическую микроструктуру реальных материалов. При этом отпадает необходимость в получении данных о реальной геометрии поверхности исследуемого материала.

Созданию фрактальных моделей посвящено большое количество работ. Одним из самых интересных обобщений является работа [1], в которой описывается более десяти алгоритмов моделирования недифференцируемых форм для нужд компьютерной графики. Следует отметить, что наибольшее распространение получил итерационный метод с использованием броуновского движения. Количественной характеристикой данного алгоритма является число

итераций до достижения требуемого значения фрактальной размерности. Время на создание поверхности напрямую зависит от количества итераций.

2. Построение фрактальной поверхности

Работы [1, 11] описывают процесс создания фрактальной поверхности с помощью небольшого числа итераций. В то же время, в работе [8] показано, что данный способ моделирования требует значительного количества шагов. Здесь же предложено усовершенствование алгоритма на основе броуновского движения.

Рассмотрим более подробно процесс построения фрактальной поверхности с помощью алгоритма броуновского движения. За основу возьмём углеродосодержащее покрытие (рис. 1), нанесённое на керамику плазмохимическим способом [5]. Данные о геометрии микроструктуры получены с использованием сканирующей туннельной микроскопии [3].

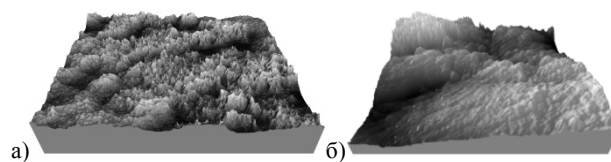


Рис. 1. Объёмная визуализация углеродосодержащего покрытия на керамике. а) отсек поверхности размером 150×150 мкм; б) отсек поверхности размером $2,05 \times 2,05$ мкм.

Вычисление фрактальной размерности D основано на использовании метода покрытия, т.е. построении эталонных элементов, покрывающих изучаемый отсек поверхности [8].

Для рассматриваемых структур вычисленная размерность составила $D = 2,46$. Это означает, что размерность лежит между 2D-объектом (проекцией отсека поверхности на координатную плоскость Oxy) и 3D-объектом (отсеком поверхности в пространстве).

Как было сказано выше, зная значение параметра D , появляется возможность построить эквивалентную геометрическую модель, с той же фрактальной размерностью.

Геометрический смысл алгоритма броуновского движения описанного в работе [1] заключается в проецировании сечений линейчатой поверхности на плоскость. На каждой итерации происходит изменение высотных отметок получаемых «осколков». Это наглядно продемонстрировано на рисунке 2.

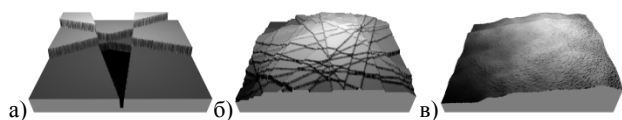


Рис. 2. Итерационное построение фрактальной поверхности проецированием сечений линейчатой поверхности.

Работа алгоритма останавливалась и визуализировалась после 4 итераций (рис. 2а), 32 итераций (рис. 2б) и по достижении фрактальной размерности $D \approx 2,5$ (рис. 2в). Фрактальная поверхность, полученная подобным образом, вполне корректно описывает параметры шероховатости реальной микроструктуры [8]. Такая модель становится пригодной для использования в численных расчётах физико-химических процессов, происходящих при взаимодействии разреженного теплового потока с поверхностью.

3. Модификация алгоритма построения

Тем не менее, как было показано в работах [4, 8] получение подобных результатов возможно сечением циклической поверхности (рис. 3а, рис. 3б, рис. 3в), сечением линейчато-циклической поверхности (рис. 3г, рис. 3д, рис. 3е) и проецированием пучка касательных к окружности (рис. 3ж, рис. 3з, рис. 3и). Однако, для этого требуется различное число итераций.

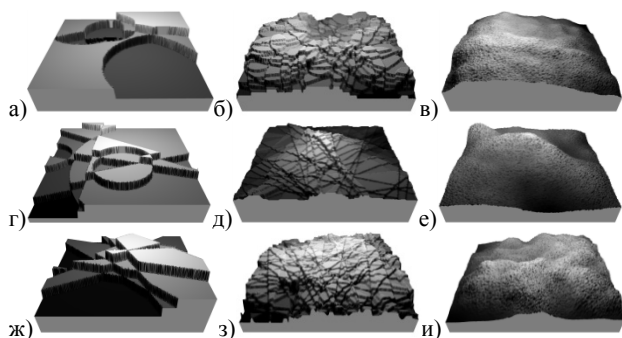


Рис. 3. Итерационное построение фрактальной поверхности.

а, г, ж) визуализация работы после 4 итераций;
б, д, з) визуализация работы после 32 итераций;
в, е, и) визуализация по достижении требуемого значения D .

Для дальнейшего снижения числа итераций была сделана попытка отойти от работы с двумерными объектами, что привело к модификации алгоритма с целью проецирования пучка касательных к сфере (рис. 4а), сечений тора (рис. 4б) и сечений торического узла (рис. 4в).

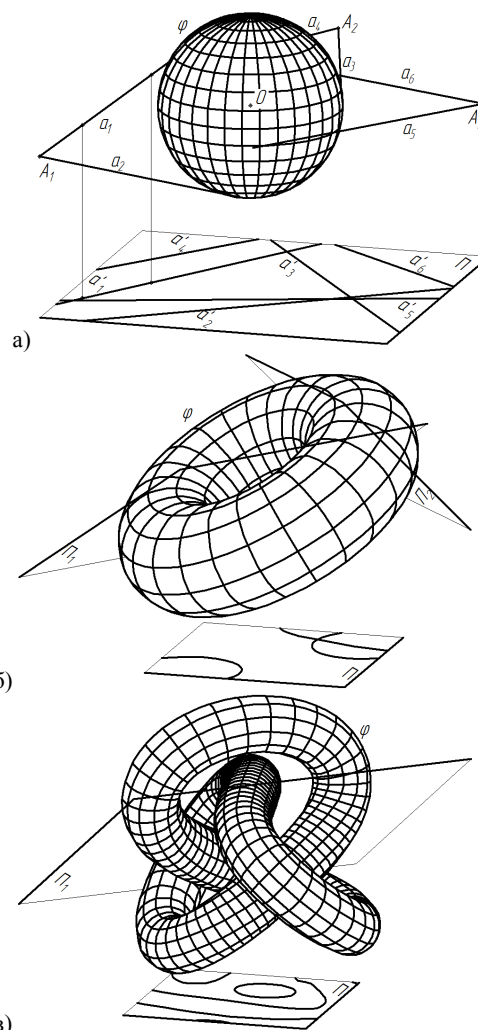


Рис. 4. Геометрическое представление работы алгоритмов.
а) проецирования пучка касательных к сфере;
б) проецирования сечений тора;
в) проецирования сечений торического узла.

Результаты работы алгоритмов проецирования пучка касательных к сфере (рис. 5а, рис. 5б, рис. 5в), сечений тора (рис. 5г, рис. 5д, рис. 5е) и сечений торического узла (рис. 5ж, рис. 5з, рис. 5и) так же приводят к построению фрактальной поверхности с размерностью $D \approx 2,5$.

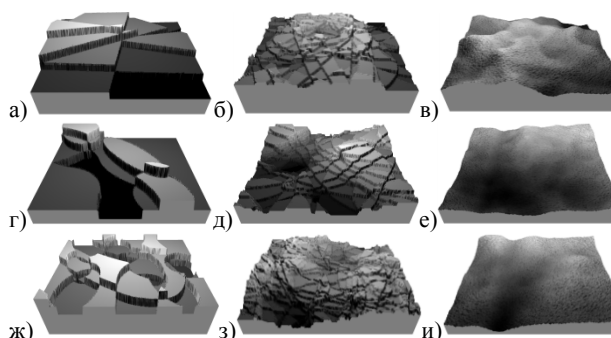


Рис. 5. Итерационное построение фрактальной поверхности.

а, г, ж) визуализация работы после 4 итераций;
б, д, з) визуализация работы после 32 итераций;
в, е, и) визуализация по достижении требуемого значения D .

Для оценки эффективности работы всех вышеперечисленных примеров построения фрактальной поверхности, рассмотрим рисунок 6.



Рис. 6. Количество итераций, характерное для каждого алгоритма.

Следует отметить, что на рисунке 6 показана диаграмма со средним количеством итераций n для каждого алгоритма. Данный параметр усреднялся по пяти результатам работы алгоритма. Разброс значений связан со случайным выбором точек при построении касательных к рассмотренным формам пространства, или их секущих плоскостей.

4. Заключение

Результаты работы всех алгоритмов, приводят к построению фрактальной поверхности, качественно аппроксимирующей микроструктуру реальной поверхности. Вследствие этого, при численном моделировании физико-химических процессов, происходящих на поверхности, отпадает необходимость использования экспериментальных данных, получаемых при исследовании материалов с помощью микроскопических методов.

Наименьшее число итераций до достижения требуемой фрактальной размерности обеспечивается алгоритмом использующим в построении сечения торического узла. Снижение количества итераций при использовании поверхностей в трёхмерном пространстве соответствует идее расслоения в решении многомерных геометрических задач и конструировании расслояемых кремниевых преобразований. Использование не только самоподобных и самоаффинных но и самопроективных и самобирациональных фракталов возможно позволит в дальнейшем достичь необходимых значений дробной размерности за ещё меньшее число шагов.

5. Благодарности

Автор выражает огромную благодарность своему научному руководителю, профессору Иванову Геннадию Сергеевичу за наставническую деятельность, а научному консультанту Кусову Андрею Леонидовичу за поддержку и помощь в освоении теории фракталов.

6. Литература

- [1] Giliam J.P. De Carpentier. Interactively synthesizing and editing virtual outdoor terrain. MA thesis. Delft University of Technology. – 2007.
- [2] Аксенова О.А. Фрактальное моделирование шероховатой поверхности при аэродинамическом расчете в разреженном газе // Аэродинамика. – СПб.: Изд-во С.-Петербурга. Университета. – 2000. – С. 120-129.
- [3] Бахтизин Р.З. Сканирующая туннельная микроскопия - новый метод изучения поверхности твердых тел // Соросовский образовательный журнал. – 2000. – №11. – С. 83-89.

- [4] Брылкин Ю.В. Рационализация алгоритма моделирования поверхности методом броуновского движения по критерию минимизации количества итераций // Геометрия и графика. – 2017. – Т.5. – №1. – с.43-50.
- [5] Брылкин Ю.В., Залогин Г.Н., Красильников А.В., Рудин Н.Ф. Синтез углеродных наноструктур из метана плазмохимическим способом // Тверь: Твер. гос. ун-т. // Межвуз. сб. науч. тр. Физико-химические аспекты изучения кластеров, наноструктур и наноматериалов. – 2016. – Вып. 8. – с.76-81.
- [6] Брылкин Ю.В., Кусов А.Л. Исследование микро- и наноструктуры поверхности медного сплава с использованием теории фракталов // Космонавтика и ракетостроение. – 2016. – №5(90). – с.89-95.
- [7] Герасимова О.Е., Борисов С.Ф., Проценко С.П. Моделирование шероховатой поверхности // Математическое моделирование. – 2004. – Т. 16. – №6. – С. 40-43.
- [8] Иванов Г.С., Брылкин Ю.В. Фрактальная геометрическая модель микроповерхности // Геометрия и графика. – 2016. – Т. 4. – №1. – С. 4-11. DOI:10.12737/18053
- [9] Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы / Б. Мандельброт. – М.-Ижевск, Ижевский институт компьютерных исследований, НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2010. – 656 с.
- [10] Потапов А.А., Булавкин В.В., Герман В.А., Вячеславова О.Ф. Исследование микрорельефа обработанных поверхностей с помощью методов фрактальных сигнатур // Журнал технической физики. – 2005. – Т.75 – Вып.5.
- [11] Шишкин Е.И. Моделирование и анализ пространственных и временных фрактальных объектов / Е.И. Шишкин. – Екатеринбург: Урал. гос. ун-т. – 2004. – 88 с.

Об авторах

Брылкин Юрий Владимирович, аспирант кафедры инженерной графики МФ ФГБОУ ВПО МГТУ им. Н.Э. Баумана. Его e-mail maderator@yandex.ru.