Моделирование и развертка сложных поверхностей

Владимир Д. Фроловский, Денис В. Фроловский Новосибирский
Государственный Технический Университет

Новосибирск, Россия

Аннотация

В работе рассматривается методология решения задачи развертки поверхностей с ненулевой гауссовой кривизной. Предлагаются модели и методы, которые могут использоваться в системах проектирования одежды и корпусных изделий из листового материала.

Ключевые слова: *модель манекена, макет внешней формы, развертка поверхностей, упругие деформации.*

1.ВВЕДЕНИЕ

Задачи моделирования и развертки сложных поверхностей возникают в системах конструкторско-технологической подготовки производства различных корпусных изделий из листового материала таких, как одежда, обувь, корпуса турбо-, гидрогенераторов, электрических машин, автомобилей, судов, вентиляционных систем и пр. Например, в швейной промышленности, зта задача заключается в построении компьютерного манекена, макета внешней формы (обтянутого ткань манекена), развертке поверхности макета внешней формы, построении выкроек одежды различных фасонов и размеров. Существует достаточно большое число работ, посвященных исследованию как чисто геометрических аспектов рассматриваемой задачи [I], так и физических свойств деформируемых материалов в рамках теории упруго пластических деформаций [2]. Однако, потребности практики удовлетворены до настоящего времени далеко не в полной мере. Наиболее целесообразным при решении прикладных задач представляется сочетание геометрических методов с учетом физических характеристик, деформируемых при развертке материалов.

2. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ЗАДАЧ РАЗВЕРТКИ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Отображение различных поверхностей на плоскость - типичная задача инженерной геометрии. Формулируется она следующим образом. Для заданного сегмента поверхности требуется найти плоскую область такой формы, чтобы из нее путем деформации можно было получить исходный сегмент. Такие отображения получили названия квазиразверток. Эту задачу будем рассматривать в двух аспектах: локальном (квазиразвертка достаточно малых участков поверхностей) и глобальном (квазиразвертка заданной поверхности проектируемого изделия или его части). Рассмотрение вопроса на локальном уровне позволяет выбрать приемлемую точность аппроксимации исходной поверхности.

2.1 Развертывающиеся поверхности

Точные развертки существуют для весьма узкого та класса. В общем случае приходится строить отображение куска поверхности на плоскую область с искажением длин или углов или того и другого одновременно. При построении развертки задается параметризация поверхности r=r(t,s). Известно, что первая квадратичная форма

$$E\lambda + 2F\lambda_1\lambda_2 + G\lambda = 1.$$

характеризующая длины линий на ней, не изменяется при изгибании. В силу неизменности формы сохраняются и углы между линиями на поверхности. При изгибании поверхности кривизны в каждой точке меняют свои значения, но произведение главных

International Conference Graphicon 1998, Moscow, Russia, http://www.graphicon.ru/

кривизн - гауссова кривизна - остается неизменной, и это фундаментальное положение внутренней геометрии поверхностей. Следовательно, если поверхность путем

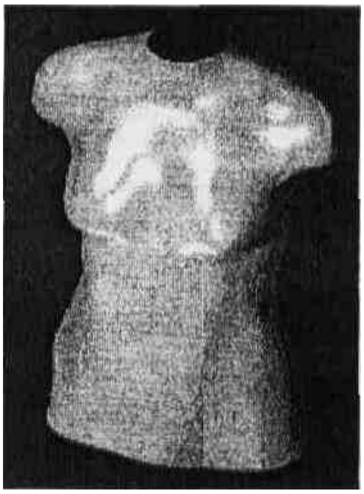

Рисунок I: Компьютерный манекен.

изгибания налагается на плоскость, гауссова кривизна которой равна нулю, то и гауссова кривизна поверхности равна нулю, т. е. она является развертывающейся поверхностью. Верно и обратное. Таким образом, это единственный класс поверхностей, допускающий развертки на плоскость. Свойством инвариантности относительно изгибания поверхностей обладает геодезическая кривизна кривых на поверхности. Геодезические линии как линии нулевой геодезической кривизны отображаются в прямые на плоскости. Для поверхностей общего вида сохранить значения углов можно лишь в окрестности одной точки. При графоаналитических методах, когда нет эталона, обычно вычисляют лишь одну опорную геодезическую линию и длины линий каркаса поверхности. Каркасные линии тоже отображаются в виде прямых, что приводит к погрешностям.

2.2 Локальная квазиразвертка поверхностей общего вида

Предположим, что деформация должна сохранять длину координатных линий, изменяя только углы между ними, причем искажение углов также не должно превышать некоторой величины. В качестве практического примера можно указать задачу построения лекал для раскроя ткани при автоматизации швейного производства. Здесь требуется построить отображение сегментов поверхности манекена внешней формы, каркас которого моделируют нити основы и утка на конструктивной детали одежды. Аппроксимируем заданный сегмент *D* некоторой развертывающейся поверхностью D_0, описываемой

вектор - функцией $\overline{r}_0(u,v) = \overline{p}(u) + v * \overline{l}(u)$,

где $\overline{p}(u)$ – направляющая, а $\overline{l}(u)$ - вектор образующей. Тогда исходную поверхность можно задать уравнением

$r(u,v) = p(u) + v * l(u) + \overline{\varphi}(u,v)$. Поверхность ***$D_0$*** в дальнейшем будем называть базовой, а вектор-функцию

$\overline{\varphi}(u,v)$ - уклонением [I].

Образ сегмента *D* при отображении на плоскость представим в аналогичном виде

$\overline{R}(u,v) = \overline{P}(U) + v * \overline{L}(u) + \overline{\Phi}(u,v)$, причем

$\overline{R}_0(u,v) = \overline{P}(U) + v * \overline{L}(u)$ описывает область

Ω_0 на плоскости, полученную из D_0 путем изгибания. Такое представление дает возможность строить отображение сегмента поэтапно; сначала получить развертку базовой поверхности, а затем определить поправку $\overline{\Phi}(u,v)$, учитывающую уклонение $\overline{\varphi}()u,v)$. Предполагается, что рассматриваемые поверхности обладают достаточной гладкостью, не ниже класса C^2.

Для построения квазиразвертки сегмента D остается определить функцию $\overline{\Phi}(u,v)$, такую, чтобы выполнялось условие сохранения длин координатных кривых. Это условие означает равенство первого и третьего коэффициентов первых квадратичных форм поверхности, E_1, F_1, G_1) и области $\Omega(\hat{E}_1,\hat{F}_1,\hat{G}_1)$. Поскольку $\overline{L}$ и $\overline{P}$ удовлетворяют соотношениям (1), то из условий $E_1=\hat{E}_1, G_1=\hat{G}_1$, получаем систему уравнений относительно функции $\overline{\Phi}(u,v)$.

2.3 Технология глобальной развертки поверхностей

Рассмотрим в качестве примера развертку поверхности женского макета внешней формы. Исходным этапом проектирования является построение геометрической модели манекена изделия путем трехмерного сканирования и построение макета внешней формы (обтянутого ткань манекена). В качестве рабочей математической модели рассматриваемых поверхностей выбирается сеточная модель с нерегулярными узлами. Узлы сетки выбираются с учетом кривизны соответствующих участков моделируемой поверхности.

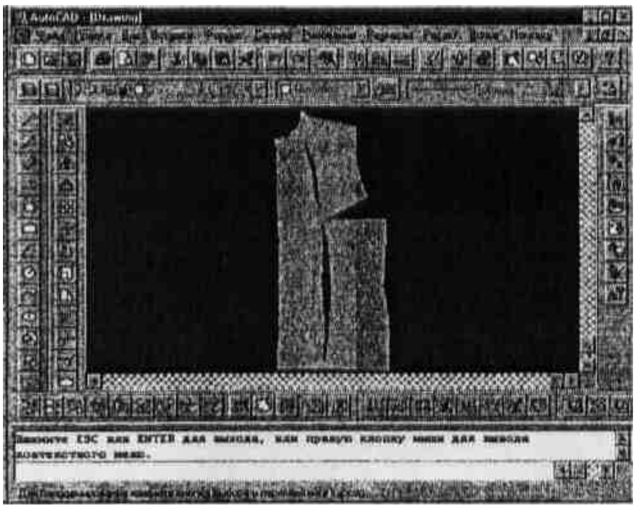

Рисунок 2: Развертка поверхности макета внешней формы.

Основная идея метода состоит в разбиении поверхности на конструктивные модули. Это разбиение производится либо в автоматическом режиме в соответствии с кривизной разворачиваемой поверхности, либо предметным специалистом в интерактивном режиме. Наибольший интерес для исследования представляет автоматический режим разбиения. Очевидно, что в области таза и бедер кривизна будет намного меньше, чем в области груди и шеи, поэтому наиболее мелкие части разбиения получатся в последних участках. Полученные модули не относятся к классу развертывающихся поверхностей. Далее модули разбиваются на более мелкие секции - M_i^j. Строим изометрическое конформное эквиареальное отображение M_i^j на плоскость $F: M_i^j \to P_i^j$. Отображение F изоморфно, M_i^j и P_i^j могут быть получены друг из друга изгибанием. Таким образом при несоответствии, в общем случае, форм склеиваемых краев сегментов необходимо для двух плоских односвязных областей Ω_1 и Ω_2 ограниченных замкнутыми кривыми без самопересечений Γ_1 и Γ_2 соответственно, и частями границ θ_1 и θ_2, $\theta_1 \subset \Gamma_1, \theta_2 \subset \Gamma_2$,*lcnglh* (θ_1)= *length* (θ_2) (где процедура *!englh*(θ) определяет длину границы θ), найти две плоские односвязные области Ω_1' и Ω_2', полученные из Ω_1 и Ω_2 путем плоской деформации и перемещения $\Gamma_1 \to \Gamma_1'$, $\Gamma_2 \to \Gamma_2'$, $\theta_1 \to \theta_1'$, $\theta_2 \to \theta_2'$ $\Omega_1' \cap \Omega_2' = \theta_1' = \theta_2'$. На относительные удлинения волокон по координатным линиям и изменения угла между материальными линиями накладываются ограничения, обусловленные свойствами деформируемого материала посредством введения весовых коэффициентов. Так, например, для более нерастяжимых материалов весовые коэффициенты будут подбираться так, чтобы минимизировать отклонение расстояния между узлами триангуляции, в то время как для эластичных материалов эти расстояния могут значительно варьироваться.

Основная операция получения развертки – склейка сегментов между собой. Склейка не конформное, в общем случае, эквиареальное отображение P_i^j в RP_i^j с сохранением длины контура таким образом, чтобы $\forall$ P_i^j и RP_i^{j+1} $P_i^j \cap P_i^{j+1} = \Gamma$, где Γ- кривая без разрывов, в которую отображаются θ_i^j и θ_i^{j+1} - части контуров P_i^j и P_i^{j+1}, $\Gamma = \theta_i^j = \theta_i^{j+1}$. Заметим, что $\forall$ i, J P_i^j можно представить в виде последовательности треугольников, каждый из которых граничит двумя сторонами ровно с двумя соседними треугольниками, кроме двух крайних. Требование зквиареальности отображения R: P_i^j в RP_i^j, распространяется и на отображение треугольников из P_i^j. При возникновении конфликта между требованиями эквиареальности и изометрии границ предпочтение отдается второму. Кроме того, при склейке сегментов P_i^j в модуль P_i, учитываются ограничения на части границы конструктивного модуля по форме,

3. ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ

Рассмотренный подход программно реализован в графической системе AutoCAD R14 на основе системы разработки приложений ObjectARX 2 и мастера созданий приложений ObjectARX Wizard 2, что позволяет работать как со сложными сплайновыми поверхностями, так и сеточными моделями. На этапе моделирования поверхности пользователь задает образующие и направляющие кривые, на основе которых строится поверхность, которая, в свою очередь, разбивается на отдельные модули с учетом кривизны. Затем выполняется аппроксимация и скальная развертка базовых модулей. На следующем этапе решается оптимизационная задача - склеивание развернутых модулей в единое целое. Целевой функцией оптимизационной задачи является разность площадей поверхностей в исходном и деформированном состояниях с учетом ограничений на относительные удлинения волокон по координатным линиям и изменениям угла между материальными линиями. Весовые коэффициенты при ограничениях выбираются исходя из свойств деформируемого материала.

Разработанные программы являются частью системы сквозного проектирования корпусных изделий из листового материала [3].

4.ЛИТЕРАТУРА

[1] Завьялов Ю.С., Овчинникова Т, Отображение на плоскость поверхностей, близких к развертывающимся// Вычислительные системы. Вып, 15,1986.С.116-!25.

[2] Лурье А.И. Нелинейная теория упругости. М.: Наука. 1980.-511с.

[3] Фроловский В.Д. Математические модели и оптимизационные методы автоматизированного проектирования и подготовки производства корпусных изделий// Сб. науч. Тр. НГТУ, "Новосибирск. 1997. № 1(6). С. 71-78,

Авторы:

Владимир Д. Фроловский, докторант, Денис В. Фроловский, магистрант Новосибирского государственного технического университета. Адрес: 630092, Новосибирск, пр. К. Маркса, 20 НГТУ, кафедра прикладной математики. E-mail: vdf@interface.nsk.su