# Определение формы знака как совокупности остова и образующей

Иванова В.В., Мышко С.В.
Донецкий национальный университет
Донецк, Украина

## РЕЗЮМЕ

В работе рассматриваются актуальные вопросы, связанные с автоматическим определения остова видеоизображений. Данная проблема является основополагающей при проектировании систем распознавания зрительных образов. В работе предложен принципиально новый подход к решению данной задачи, основанный на конструктивном определении остова. В предлагаемом методе осуществляется представление изображения (знака) посредством многоуровневой системы с последующим построением оптимального покрытия знака элементами многоуровневой системы. Результаты обработки разнообразных знаков с целью определения остова выгодно отличают данный алгоритм от известных аналогов.

*Ключевые слова: знак, атомарный элемент, дискретные множества, элемент представления, остов.*

## 1. ВВЕДЕНИЕ

При проектировании систем распознавания изображений актуальной является проблема автоматического определения остова знака. Существует множество подходов к ее решению, в частности, волновой алгоритм, алгоритм, основанный на применении триангуляции Делоне, метод итерактивной модификации. В [1] предлагается «определять скелет области через преобразование средних осей». Однако, ни в одной работе не дается определение остова. Это понятие используется как интуитивно определенное. По причине отсутствия однозначной трактовки остова на практике данные алгоритмы не всегда приводят к желаемым результатам.

## 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Для корректной постановки задачи построения остова знака актуально дать конструктивное определение остова. В данной работе дается определение остова в терминах свойств дискретного множества атомарных элементов (АЭ), на которых моделируются знаки.

В качестве объекта исследования выбран знак $Z$ как связное множество (АЭ) [2], причем каждый АЭ имеет более двух связных с ним элементов данного множества. Ниже приводится определение связных множеств АЭ, основанное на понятии пути, введенного в [2].

**Определение 1.** Множество $Z$ атомарных элементов называется связным, если для каждой пары АЭ $\alpha_a,\alpha_b \in Z$: $\alpha_a \neq \alpha_b$ существует путь $\overline{L}=\overline{L}(\alpha_a,\alpha_b)=\{(\alpha_i,\alpha_{i+1})_m\}_{i=a}^{b-1}$, где $m \in \{1,2,3,4\}$ такой, что для всякой связки $(\alpha_i,\alpha_{i+1})_m \in \overline{L}$ справедливо: $\alpha_i,\alpha_{i+1} \in Z$, $\forall i=\overline{a,b-1}$.

Составляющие знак АЭ являются активными АЭ (ААЭ) [2], фон составляют пассивные АЭ (ПАЭ). На множестве атомарных элементов A= $\{\alpha_h\}$, где $\alpha_h=\alpha(i_h,j_h)$, $i_h \in [1,I]$, $j_h \in [1,J]$, $h \in [1,H]$ определим функцию G следующим образом: если $\alpha_h \in A$ – ААЭ, то $G(\alpha_h)=1$, если $\alpha_h$ – ПАЭ, то $G(\alpha_h)=0$.

На множестве активных атомарных элементов знака $Z$ определим весовую функцию F, отображающую множество $Z$ на множество $N_h=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ (F: $Z \rightarrow N_h$) по следующему правилу: каждому атомарному элементу $\alpha_h \in Z$ ставится в соответствие единственный элемент множества $N_h$, равный количеству атомарных элементов знака, связных с данным АЭ. Причем, максимальное значение весовой функции для АЭ в общем случае равняется 8.

Определим максимальное значение весовой функции для заданного знака, предварительно посчитав вес каждого АЭ знака. Несложно показать, что знак, для АЭ которого значение весовой функции не превышает двойки, является путем, а, следовательно, моделирует движение, реализуемое при генерации данного знака [3]. Таким образом, остовом является знак как связное множество АЭ, максимальный вес которых не превосходит 2. Очевидно, что знак, для АЭ которого максимальное значение весовой функции превосходит 2, не является путем, а состоит из множества путей.

На основании проведенных рассуждений постановка задачи определения остова примет следующий вид.

Дан произвольный знак $Z$. Необходимо в знаке выделить тот путь, движение по которому моделирует движение, осуществляемое при генерации данного знака с учетом различных «толщин». Знак $Z$ состоит из множества путей. Поэтому в рамках решения данной задачи необходимо выделить из данного множества путей тот путь, который наиболее точно моделирует исходный знак. Такой путь является остовом знака. На множестве АЭ знака необходимо выделить те АЭ, через которые данный путь будет проходить. Эти АЭ соответствуют «геометрическим центрам» отдельных фрагментов знака, относительно которых будет определяться локальная толщина.

С целью определения «геометрических центров» знака определим процесс декомпозиции знака как процесс исключения из множества АЭ знака тех АЭ, вес которых меньше максимального. Процесс декомпозиции останавливается, когда все АЭ знака имеют одинаковые значение весовой функции. Пересчитывая значения весовой функции для полученных в процессе декомпозиции множеств и осуществляя для них процесс декомпозиции, сведем к минимуму количество АЭ, составляющих данные множества. Множества, полученные по окончании процесса декомпозиции, соответствуют «центрам» самых широких фрагментов знака, относительно которых возможно установление понятия локальной толщины знака.

## 3. МНОГОУРОВНЕВАЯ СИСТЕМА ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ЗНАКОВ

Процесс декомпозиции осуществляется в несколько этапов, в связи с этим возникает необходимость в заведении многоуровневой системы представления знака. Под представлением знака будем понимать моделирование его множествами, составленными из АЭ и топологически определенными как квадраты, стороны которых параллельны ортам в декартовой системе координат. Такие конструкции назовем элементами представления (ЭП). Каждый ЭП характеризуется номером уровня, которому данный ЭП соответствует, причем, большему номеру уровня соответствует ЭП со сторонами большего размера. Нулевой уровень – уровень, элементами представления которого являются АЭ. Обозначим ЭП k–ого уровня с индексами нижнего левого угла (i,j) $\gamma^k_{ij}$. ЭП $\gamma^k_{ij}$ строится следующим образом: АЭ объединяются по правилу $\gamma^k_{ij}$ $=\{\alpha(x,y)|$ $x=\overline{i+(i-1)k, i+ik}$; $y=\overline{j+(j-1)k, j+jk}\}$, «геометрическим центром» ЭП является АЭ $\hat{\alpha}^k_{ij}=\alpha(x,y)$, где $x=i+(i-1)k+[(i+ik)/2]$, $y=j+(j-1)k+[(j+jk)/2]$, $i\in[1,I]$, $j\in[1,J]$.

Многоуровневая система представляется последовательностью сеток, ячейками которых являются ЭП. Сетка каждого уровня состоит из ЭП, соответствующих данному уровню. Таким образом, многоуровневая система представляется последовательностью множеств: $X_0=\{\gamma_{ij}^0\},\ldots, X_N=\{\gamma_{ij}^N\}$, $i=\overline{1,I-(k+1)}$, $j=\overline{1,J-(k+1)}$, $k\in[0,N]$. Множество $X_0$ совпадает с множеством А. Поскольку матрица пикселей растрового графического устройства состоит из ограниченного числа пикселей, то существует конечное число множеств $X_i$, и множество $X_N$, соответствующее максимальному номеру уровня, представлено единственным элементом, который включает в себя максимально возможное количество АЭ, составляющих множество А.

Для генерации остова необходимо, чтобы каждый фрагмент знака был представлен ЭП соответствующего размера. Оптимальная модель должна быть сгенерирована на основании оптимального покрытия. С целью получения оптимального покрытия, знак рассматривается в многоуровневой системе представления.

Рассмотрим знак $Z$ в многоуровневой системе. Выделим на множестве атомарных элементов знака $Z$ граничные АЭ $\alpha_u$. $\alpha_d$, $\alpha_l$, $\alpha_r$ такие, что для каждого АЭ $\alpha_p\in Z$, $\alpha_p=\alpha(i_p,j_p)$ выполняется: $i_u\le i_p$, $i_d\ge i_p$, $j_l\le j_p$, $j_r\ge j_p$. Будем говорить, что знак Z покрыт сеткой k-го уровня, если сетка построена следующим образом: $X_k=\{\gamma_{ij}^k \mid i=\overline{i_u, i_d},\ j=\overline{j_l, j_r}\}$.

Заметим, что среди ЭП данной сетки существуют такие элементы, что все составляющие их АЭ являются ААЭ знака. Такие ЭП будем называть активными (АЭП).

**Определение 2.** ЭП $\gamma_{ij}^k$ сетки k-го уровня, покрывающей знак, является активным (АЭП), если все АЭ, составляющие данный ЭП, являются активными, т.е. для каждого $\alpha(x,y)\in\gamma_{ij}^k$ справедливо: $G(\alpha(x,y))=1$.

Заметим, что при покрытии любого знака нулевым уровнем, все ЭП, попавшие на знак, будут активными, поскольку они будут совпадать с АЭ, составляющими знак. На последующих уровнях возможно появление ЭП, частично заполненных ААЭ. Это элементы, расположенные по отношению к знаку таким образом, что лишь часть АЭ, их составляющих, расположены на множестве ААЭ знака.

**Определение 3.** ЭП $\gamma_{ij}^k$ сетки k-го уровня, покрывающей знак, является пассивным (ПЭП), если $\exists\alpha(x,y)\in\gamma_{ij}^k$ такой, что $G(\alpha(x,y))=0$, т.е. хотя бы один АЭ, входящий в состав ЭП, является пассивным.

Рассмотрим этапы многоуровневого представления знака. Совокупность АЭП каждого уровня назовем представлением знака на данном уровне. Для получения более точного представления введем понятие движения сетки. Движение будет осуществляться по горизонталям вправо и по вертикалям – вниз.

При движении ЭП i-ой горизонтали сетки k-го уровня на s пикселей вправо элемент $\gamma^k_{ij}$ переходит в элемент $\gamma^k_{ij+s}$ $j\in[j_l,j_r]$, $s\in[1,k-1]$. При движении ЭП j-ой вертикали сетки k-го уровня на s пикселей вниз элемент $\gamma^k_{ij}$ переходит в элемент $\gamma^k_{i+sj}$ $i\in[i_u,i_d]$, $s\in[1,k-1]$.

Рассмотрим более детально движение сетки k-ого уровня. При каждом смещении сетки по горизонтали на один пиксель осуществляется ее смещение по вертикали на k+1 пиксель с шагом в один пиксель. Если в процессе движения наблюдалось увеличение числа АЭП, фиксируется то положение горизонтали, при котором их количество максимально. В движении поочередно принимает участие каждая горизонталь сетки. Аналогично осуществляется движение по вертикалям.

Обозначим через $P^k_g=\{\gamma_{ij}^k$, где $i=\overline{i_1, i_n}$, $j=\overline{j_1, j_n}\}$ множество, включающее в себя максимально возможное количество АЭП, зафиксированных при движении сетки k-ого уровня. Это множество будем называть представлением знака на k-ом уровне.

Заметим, что для рассматриваемых знаков выполняется: $P^k_g\neq\varnothing$, $\forall k\in[0,N]$, причем, при k=0 множество $P^k_g$ совпадает со множеством Z.

## 4. ПОКРЫТИЕ ЗНАКА ЭЛЕМЕНТАМИ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ

Вторым этапом многоуровневого представления на каждом уровне будем считать «покрытие» знака ЭП данного уровня. Для этого введем понятие соседства ЭП.

**Определение 4.** Будем говорить, что ЭП k-го уровня $\gamma_{ij}^k$ является соседом элемента $\gamma_{hl}^k$ или между парой ЭП k-го уровня $\gamma_{ij}^k$ и $\gamma_{hl}^k$ заведено отношение соседства, если существует пара АЭ $\alpha_h,\alpha_k$ таких, что $\alpha_h\in\gamma_{ij}^k$ и $\alpha_k\in\gamma_{hl}^k$, и для них выполняется: $\max\{|i_h-i_k|,|j_h-j_k|\}=1$.

Для осуществления покрытия необходимо ввести такое понятие, как площадь касания элементов представления.

**Определение 5.** Площадью касания ЭП k-го уровня $\gamma_{ij}^k$ и $\gamma_{hl}^k$ будем считать количество АЭ, составляющих ЭП $\gamma_{ij}^k$, имеющих хотя бы один связный с ним АЭ $\alpha_k$, принадлежащий ЭП $\gamma_{hl}^k$.

«Покрытие» знака $Z$ будет осуществляться следующим образом. Выбирается любой ЭП $\gamma_{ij}^k\in P^k_g$. Если соседей у этого ЭП не более двух, то он фиксируется. Следующий ЭП размещается относительно зафиксированного таким образом, чтобы площадь касания этих элементов была максимальной. «Покрытие» продолжается аналогичным образом. В результате выстраивается некоторая последовательность ЭП, которую определим как цепь элементов представления.

**Определение 6.** Цепь $U_i^к$, выстроенная из ЭП k-го уровня– упорядоченное множество ЭП такое, что между упорядоченными парами данного множества заведено отношение соседства.

В случае, если следующий ЭП поставить не удается, будем считать, что из ЭП k-го уровня выстроена i-ая цепь $U_i^k$, где i – порядковый номер цепи, расположенной на знаке.

Т.о. перебираются все ЭП k-го уровня, осуществляющие представление знака на первом этапе: $\gamma_{ij}^k \in P^k_g$.

Множество ЭП, полученное в результате «покрытия» знака ЭП k-ого уровня, обозначим $P_k=\{U_i^к\}$, $i=\overline{u_l,u_n}$, где $U_i^к=\{\gamma_{ij}^k \mid i=\overline{i_l,i_n},\ j=\overline{j_l,j_n}\}$ – цепи, составляющие «покрытие».

Для проведения дальнейших рассуждений заведем понятие меры множества АЭ знака. Пусть N – количество ААЭ, образующих знак $Z$, тогда mes $Z$ =N. Мера знака на нулевом уровне ($mesP_0$) совпадает с мерой знака (mes $Z$ ) $mesP_0$=mes $Z$ =N**.** Меру на p–ом уровне будем определять по формуле: $mesP^p_g=N_p(p+1)^2$, где $N_p$ – количество АЭП на данном уровне**,** p – номер уровня, $(p+1)^2$ – количество АЭ, составляющих ЭП данного уровня**.**

С увеличением номера уровня мощность множества $P^k_g$ уменьшается, что связано с увеличением размера ЭП.

**Утверждение 1.** Для каждого знака $Z$ существует целое число L – номер последнего уровня представления, для которого справедливо: $mes(P^L_g)=0$, $mes(P^{L-1}_g)\neq0$.

Док–во: Допустим, что для любого k справедливо следующее: $mes(P^k_g)\neq0$, тогда возьмем $k=i_d-i_u+1$ и, поскольку ЭП превзойдет размеры знака по вертикали, получим: $\exists\ \alpha_h\in\gamma_{ij}^k$ , где $\gamma_{ij}^k \in P^k_g$ такой, что $F(\alpha_h)=0$. Т.о. получили противоречие, что и доказывает утверждение.

**Утверждение 2.** Последовательность $\{mes(P^k_g)\}$ убывает с увеличением номера уровня.

Док–во: Допустим, последовательность не убывает, т.е. $\forall k$ выполняется: $mes(P^k_g)\leq mes(P^{k+1}_g)$. Тогда справедливо следующее: $\forall k\geq0$: $mes(P^k_g)\leq mes(P^L_g)=0$, но по свойству меры $mes(P^k_g)\geq0$, т.е. $mes(P^k_g)=0\ \forall\ k\geq0$, однако, при k =0 $mes(P^k_g)$=mes( $Z$ )≠0. Противоречие, т.е. последовательность $\{mes(P^k_g)\}$ убывает с увеличением номера уровня.

**Следствие.** Из утверждений 1 и 2 следует, что последовательность мер «покрытий» $\{mesP^k_g\}$ убывает и стремится к нулю $\{mesP^k_g\}\downarrow0$**.**

**Утверждение 3.** Для произвольного знака $Z$ $\exists f>0$ ($f\in N$) – номер такого уровня, для которого справедливо: $mes(P_f)\neq0$, $mes(P_{f-1})=0$.

Док-во: Очевидно, что при k=0 $mes(P_k)=0$, т.к. каждый ЭП, совпадающий в данном случае с АЭ, будет иметь больше двух соседей, поскольку в рассматриваемом знаке $Z$ существуют такие АЭ, максимальное значение весовой функции для которых превосходит 2. Как было показано ранее, с ростом номера уровня последовательность $\{mesP^k_g\}$ убывает, что связано с уменьшением количества АЭП, а, соответственно, у каждого элемента представления уменьшается количество соседей. Таким образом данные ЭП фиксируются, в соответствии с правилами, согласно которым осуществляется «покрытие». Утверждение доказано.

**Определение 7.** «Оптимальное покрытие» (ОП) знака $Z$ – покрытие, которое наиболее точно представляет знак, т.е. в этом «покрытии» участвует наибольшее число ААЭ знака $Z$ .

**Утверждение 4.** Для каждого знака $Z$ $\exists$k (k – наиуральное число) – номер уровня такой, что $mes(P_к)=mes(P^k_g)$.

Док–во:

1.Пусть $\forall k$: $mes(P_к)<mes(P^k_g)$, тогда при k=L $mes(P_к)<0$. Противоречие, т.к. $mes(P_к)\geq0\ \forall к$.

2.Пусть $\forall k$: $mes(P_к)>mes(P^k_g)$, тогда при k=0 $mes(P^k_g)<0$. Противоречие, т.к. $\forall k$ $mes(P^k_g)\geq0$ и при k =0 $mes(P^k_g)$=mes $Z$ . Утверждение доказано.

Заметим, в утверждении 4 изложено необходимое условие существования «оптимального покрытия». Сформулируем достаточное условие.

**Утверждение 5.** Если mes( $Z$ \\$P_k$)=min{mes( $Z$ \\$P_i$)}, $i=\overline{f,L}$, то k – номер уровня, соответствующего «оптимальному покрытию».

Док-во. Покажем, что существует min{mes( $Z$ \\$P_i$)}, где $i=\overline{f,L}$. Как следует из утверждений 1 и 2, $\{mesP^k_g\}\downarrow0$, а следовательно и $\{mesP_k\}\downarrow0$. Т.к. mes $Z$ =const и $mes(P_i)\geq0$ при $i\in[f,L]$, существует min{mes( $Z$ \\$P_i$)} $i=\overline{f,L}$,

min{mes( $Z$ \\$P_i$)}=mes( $Z$ \\$P_k$)={по свойству меры}= mes( $Z$ )– $mes(P_k)$, т.е. $mes(P_k)$= mes( $Z$ )-min{mes( $Z$ \\$P_i$)} (1)

min{mes( $Z$ \\$P_i$)}=min{mes( $Z$ )–$mes(P_i)$}={пусть mes( $Z$ )=N}= min{N– mes $(P_i)$}={т.к. mes $(P_i)\geq0$}=N–max{mes $(P_i)$} (2).

Из (1) и (2) получаем: mes $(P_k)$=N-N+max{$mes(P_i)$}=max{ mes $(P_i)$}.

Таким образом, k является номером уровня, который соответствует уровню «оптимального покрытия» по определению.

Генерация представления, на основании которого строится остов, для произвольного знака осуществляется следующим образом. Используя информацию о размещении ЭП каждого уровня «покрытия», будем размещать эти ЭП, начиная с последнего уровня, таким образом, чтобы в результате каждый фрагмент знака был представлен «оптимальным покрытием». Таким образом генерируется модель знака, основанная на «оптимальном покрытии» знака ЭП различных уровней. Каждому ЭП, формирующему представление знака, поставим в соответствие его «геометрический центр», относительно которого рассматривается локальная толщина. В результате будет получено множество ААЭ. Движение от одно из данных АЭ к другому по кратчайшим путям приведет к генерации пути, проходящего через «геометрический центр» знака, т.е. к формированию остова.

На основании проведенных рассуждений дадим определение остова.

**Определение 8.** Остовом является путь как объединение кратчайших путей, при движении по которым локальной толщиной ЭП осуществляется генерация данного знака.

Данное определение является конструктивным и теоретически обоснованным, так как доказано существование «оптимального покрытия» знака ЭП различных уровней.

Предложенное определение и теоретические результаты позволили перейти к программной реализации разработанного алгоритма. Для программной реализации использовался усовершенствованный алгоритм, не предполагающий полного перебора.

Результаты обработки произвольных знаков с целью определения остова выгодно отличают данный алгоритм от известных аналогов. На рис.1 приведены примеры генерации остова.

**Рис. 1**. Исходные знаки и их остовы

Данный алгоритм генерации остова дает возможность сглаживать края знака и строить образующую путем движения по остову ЭП соответствующих уровней (с учетом локальной толщины).

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Программная реализация разработанного алгоритма и автоматическое определение формы на представительном множестве знаков позволяют генерировать модель знака без использования эталонов и априорно задаваемых множеств признаков, что является основанием для проведения дальнейших исследований в области автоматического узнавания.

Возможность формирования остова для произвольных черно-белых знаков позволяет перейти к решению проблемы идеализированного представления таблиц, введенных со сканера либо созданных средствами графических редакторов. Исходная таблица может быть начерчена вручную, отдельные ее фрагменты могут быть различной толщины, а предполагаемые вертикальные и горизонтальные отрезки иметь существенные отклонения от вертикали и горизонтали соответственно. Решение данной задачи предусматривает, в первую очередь, формирование остова для исходной таблицы, что позволяет представить таблицу как совокупность кратчайших путей. Из полученного множества кратчайших путей, представляющих таблицу, выбираются такие связные подмножества, каждое из которых является горизонтально или вертикально ориентированным путем.

Замена каждого выявленного пути, в зависимости от его ориентации, горизонтальным или вертикальным отрезком прямой позволяет сформировать идеализированное представление таблицы

## 6. СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1]. К.Фу, Р.Гонсалес, К.Ли, *Робототехника.* Москва, 1989.

[2]. Мышко С.В., Шевцов Д.В., Шевчук Е.В., «Моделирование знаков элементарными стратегиями» // *Сборник докладов первой международной научно-практической конференции “Вычислительная техника в информационных и управляющих системах”*, Мариуполь, ПГТУ, 2000, С. 79-80.

[3]. Григорьев С.В., Иванова В.В., Мышко С.В. «К проблеме определения формы знака в автоматических системах узнавания» // *Сборник докладов первой международной научно-практической конференции “Вычислительная техника в информационных и управляющих системах”*, Мариуполь, ПГТУ, 2000.

[4]. Хорн Б.К.П. Зрение роботов: Пер. с англ. – М.: Мир, 1989. – 487 с.

## Об авторе

Виктория Викторовна Иванова, аспирант Донецкого национального университета.

E-mail’s: vika_dongu@mail.ru,

**tsu@matfak.dongu.donetsk.ua**