

Интерференция света, изотропные прозрачные объекты, трассировка лучей*

В.А. Дебелов

debelov@oapmg.sscs.ru

Новосибирск, Россия, Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН;
Новосибирский государственный университет

В данной работе рассматривается задача визуализации явления интерференции при расчете фотореалистических изображений. Изложение материала ведется на основе компьютерного моделирования известных опытов: опыт Юнга (разделение фронта волны) и двухлучевая интерференция (разделение амплитуды). Приводятся все формулы необходимые для проведения расчетов. Материал достаточно иллюстрирован и объясняется на основе рассчитанных изображений. Также предложено, как можно модифицировать обратную рекурсивную трассировку лучей для учета интерференции.

Ключевые слова: фотореалистический рендеринг, спектральный рендеринг, трассировка лучей, изотропные прозрачные объекты, линейно поляризованный свет, интерференция, опыт Юнга.

Light interference, isotropic transparent objects, ray tracing*

V.A. Debelov

Novosibirsk, Russia, Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics SB RAS;
Novosibirsk State University

In this paper, we consider the problem of visualization of interference phenomena in the calculation of photo-realistic images. The presentation material is based on computer modeling of the known experiments: Young's experiment (separation of the wave front) and two-beam interference (amplitude division). Material is illustrated enough and explained on the basis of the calculated images. We give all the necessary formulas for calculations. It is also suggested a possible modification of the inverse recursive ray tracing [?] to account for interference.

Keywords: Photorealistic spectral rendering, physically based rendering, ray tracing, linear polarized light, isotropic transparent objects, light interference, double-slit (Young's) experiment.

1. Введение

Существующие программы фотореалистического рендеринга позволяют получать изображения для сцен, в которых оптические свойства (коэффициенты отражения, преломления и т.п.) объектов и источников задаются при помощи спектров в диапазоне волн видимого света. При помощи так называемого спектрального рендеринга возможен учет явления оптической дисперсии, а, следовательно, можно запрограммировать иллюстрацию школьного опыта Ньютона с призмой по разложению белого света в спектр, более того, стало возможным получение физически корректных изображений бриллиантов, стразов и стеклянных предметов.

В литературе [1,4] описано много натуральных опытов со светом, показывающих его волновую и спектральную природу, например, опыт Юнга [1]. Одно из таких явлений – интерференция, которую мы пока не можем продемонстрировать, используя существующие коммерческие программы фотореалистического рендеринга.

Метод трассировки лучей является, пожалуй, основным в фотореалистическом рендеринге, поэтому в данной работе мы рассмотрим каким обра-

зом можно модернизировать фотореалистический спектральный трейсер для того, чтобы правильно моделировать явление интерференции света. Как правило, учет интерференции невозможен без рассмотрения поляризации света и, таким образом, нам придется модернизировать представление луча света, введя параметры состояния его поляризации.

В целом содержание работы посвящено компьютерной реализации пары опытов на основе применения лучевой трассировки и спектрального рендеринга. Практическое применение учета интерференции в реалистическом рендеринге, возможно, не столь интересно, кроме случаев визуализации сцен с тонкими пленками на объектах либо тонкими дисками, а также для компьютерной постановки ряда физических опытов.

2. Существующие работы

С теоретической точки зрения вопрос расчета интерференции физиками проработан в достаточной степени. Данная работа посвящена несколько другому ракурсу проблемы, а именно: интерференции в фотореалистическом рендеринге. Достаточно обширный обзор работ, посвященных *рендерингу лучом поляризованного света* и рендерингу *оптически анизотропных прозрачных* материалов дан в

Работа опубликована при финансовой поддержке РФФИ, грант 15-07-20347

работе [5]. В предлагаемой работе будут рассматриваться только *оптически изотропные прозрачные* объекты. Вторая особенность почему явлению интерференции не уделялось достаточного внимания в компьютерной графике: интерферируют только лучи когерентного света. А в обычных 3D сценах свет, приходящий в исследуемую точку сцены разными путями, как правило, некогерентный. Оказывалось достаточно только энергетических расчетов для отдельных лучей. Таким образом, в исследуемой точке сцены энергии лучей только складывались, и не нужно было учитывать сдвиги фаз световых волн, «приносимых» в исследуемую точку сцены разными лучами.

С позиции компьютерной графики мы отметим работу Sun с соавторами [6], в которой были получены изображения, демонстрирующие интерференцию в тонких пленках. Также отметим работу Козлова [3], в которой он рассчитывает интерференцию для изотропных и анизотропных прозрачных объектов в специфической 3D сцене, являющейся моделью поляризационного (петрографического) микроскопа. В этих работах рассчитаны замечательные интерференционные картины, тем не менее, в них приводится недостаточно информации, чтобы повторить разработки авторов. Имеется еще ряд работ, но без интересующих нас деталей реализации.

В данной работе мы решили на основе компьютерных экспериментов рассмотреть построение изображений простейших сцен с учетом интерференции.

3. Поляризация света, интерференция

Все рассуждения проводятся в предположении, что свет в сцене неполяризованный или линейно поляризованный. В случае частично поляризованного света его можно рассматривать как сумму его неполяризованной и поляризованной частей.

В свою очередь луч неполяризованного света часто представляется суммой двух лучей света, линейно поляризованных во взаимно перпендикулярных плоскостях.

Все формулы рассматриваем для монохроматического света, длина которого в вакууме λ .

Введем луч линейно поляризованного света $R = \{P_0, \mathbf{dir}, \mathbf{X}, \mathbf{Y}\}$ – это математический луч $\{P_0, \mathbf{dir}\}$ и связанная с ним правосторонняя система координат $\{\mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{dir}\}$, здесь P_0 – начало луча, \mathbf{dir} – направление.

Считаем, что вектор \mathbf{E} осуществляет колебания вдоль оси \mathbf{X} . Для фотографии важна, в основном, электрическая компонента электромагнитной волны, и приходящая интенсивность пропорциональна квадрату амплитуды этой волны, поэтому мы будем рассматривать только эту компоненту.

Пусть в исследуемую точку сцены P приходят две волны, их электрические векторы \mathbf{E}_1 и \mathbf{E}_2 , соответственно. Эти волны можно записать в виде $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{i\phi}$, где ϕ – фаза, а \mathbf{E}_0 – амплитуда [1,4]. Следуя [1], результирующее электрическое поле – вектор $\mathbf{E}_\Sigma = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2$ отсюда

$$\mathbf{E}_\sigma^2 = \mathbf{E}_1^2 + \mathbf{E}_2^2 + 2\mathbf{E}_1\mathbf{E}_2.$$

Суммарная интенсивность I выражается через интенсивности обеих волн как

$$I = I_1 + I_2 + J_{12},$$

где последнее слагаемое – это *интерференционный член*. После этого авторы известных монографий переходят к случаю, когда лучи когерентного света приходят в P по *одному (или близким) направлению*. Возможно даже с *совпадающими плоскостями поляризации*. По нашему разумению, это связано с практическим аспектом, что при конструировании оптических устройств важен именно такой случай. В этих условиях интенсивность в точке P считается по формуле из [1]

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta \quad (1)$$

δ – это разность фаз двух электрических полей в P . Для простоты считаем, что оба луча покинули источник света с нулевой фазой. Пусть луч (точнее путь) прошел от источника до точки P расстояние длиной L_1 в среде с показателем рефракции n_1, \dots , расстояние длиной L_k в среде с показателем рефракции n_k , то пройденный им оптический путь вычисляется по формуле: $s = \sum_{i=1}^k n_i L_i$, а фаза при этом равна $\phi = 2\pi s/\lambda$. Два рассматриваемых луча прошли оптические пути s_1 и s_2 . Тогда разность фаз только за счет разности оптических путей равна $\delta' = \frac{2\pi}{\lambda}(s_1 - s_2)$.

Для того чтобы программировать трейсер, этой информации недостаточно. Необходимо рассмотреть также изменения фазы при отражении и преломлении света на границе Γ двух прозрачных сред с индексами рефракции n_1 и n_2 .

В [1,6] говорится, что при отражении от среды с большим индексом рефракции фаза сдвигается на π , т.е. не взирая на поляризацию, при $n_1 < n_2$

$$\phi_{new} = \phi_{old} - \pi \quad (2)$$

Рассмотрим более тонкий подход. Для описания взаимодействия луча с Γ , как правило, применяются формулы Френеля, см. [1,4], для чего у падающего луча даже уже поляризованного света электрическое поле в общем случае надо разложить на две компоненты, поляризованные перпендикулярно \mathbf{E}_\perp и параллельно \mathbf{E}_\parallel плоскости падения.

Кроме того, необходимо знать углы падения α и Брюстера β , $\text{tg } \beta = n_2/n_1$. На границе Γ может

быть скорректирована фаза для отраженного и преломленного лучей [4]:

- При преломлении падающий и преломленный лучи софазны.
- E_{\perp} : при отражении фаза всегда меняется на $-\pi$.
- E_{\parallel} : при отражении фаза меняется на $-\pi$, если:

$$(n_1 < n_2 \wedge \alpha < \beta) \vee (n_1 > n_2 \wedge \alpha > \beta). \quad (3)$$

На этом остановимся заниматься дальнейшими уточнениями математической модели.

4. Опыт Юнга

Этот опыт достаточно известен [1]. Параллельный пучок света падает на экран с небольшим отверстием. Пройдя через отверстие, свет доходит до второго экрана, в котором проделаны две щели. Когерентные пучки, излучаемые каждой из щелей, интерферируют на третьем экране.

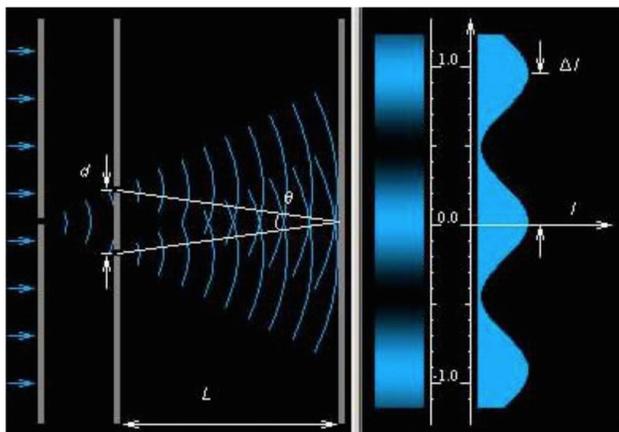


Рис. 1: Опыт Юнга, иллюстрация из [8].

На рис. 2 показана схема опыта. Опишем его как 3D сцену. Учитывая тот факт, что наш инструмент – это трассировка лучей, сцена будет очень проста: а) монохромные когерентные источники света S_1 и S_2 в виде тонких вертикальных параллельных линий, б) экран Э, на котором получается изображение. s_1 и s_2 – пути лучей до точки P . Отметим, что $l \gg d$. Полагаем индекс рефракции среды равным 1.

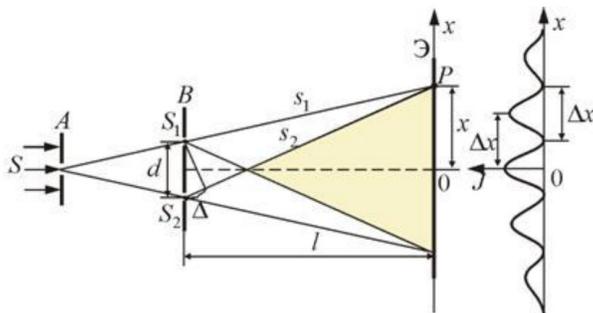


Рис. 2: Схема опыта Юнга, иллюстрация из [8].

Изображение на рис. 4 рассчитано на основе формулы (1) при следующих параметрах: $550 \cdot e^{-9}$; $d = 500 \lambda$; $l = 1000 d$

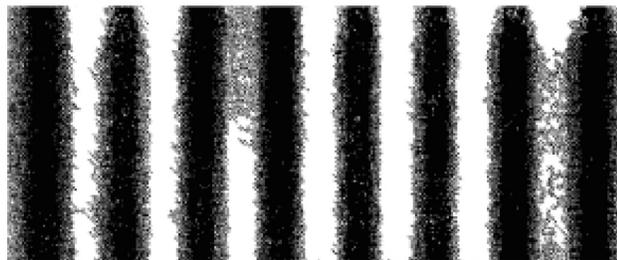


Рис. 3: Фото результата опыта Юнга [1].

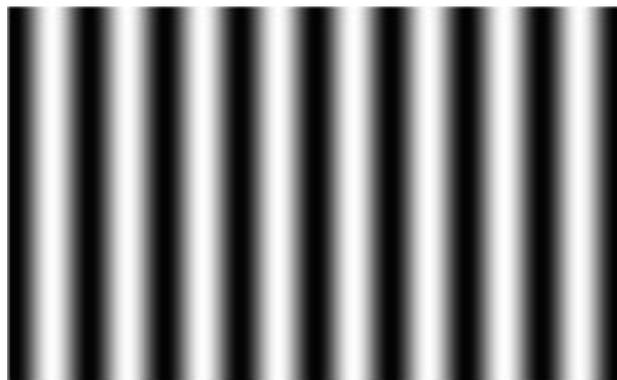


Рис. 4: Результат эксперимента.

5. Двухлучевая интерференция

Рассмотрим еще один опыт из [1]: прозрачная изотропная плоскопараллельная пластинка, освещенная точечным источником света. На рис. 5 представлена очередная сцена: точечный источник со спектральными характеристиками стандартного $D65$ находится на высоте h над пластинкой, толщина пластинки d , плоскость вертикального экрана Э находится на расстоянии a от источника. Индексы рефракции: среды – 1, пластинки – 1.5.

Проводим серию экспериментов. Рассматриваем источник неполяризованного света. На рис. 6 представлено изображение, которое получилось бы при спектральном рендеринге большинством существующих рендеров, т.к. в расчет берется только сумма интенсивностей, приходящих по двум лучам $I = I_1 + I_2$. Теперь добавим учет когерентности и разности фаз за счет разности оптических путей – рис. 7. На рис. 8 результат, полученный при учете сдвига фазы при отражении луча от более плотной среды. Видно, что картинка изменилась: цветные полосы как-бы сдвинулись. Теперь рассчитаем изображение, используя формулы Френеля, предварительно представив луч неполяризованного света в виде суммы лучей поляризованных перпендикулярно плоскости падения и параллельно ей $R =$

$= R_{\perp} + R_{\parallel}$. Т.е. делается учет всех формул: (1), (2) и (3). Согласно теории, интенсивность в точке P вычисляется простым суммированием двух интенсивностей $I = I_{\perp} + I_{\parallel}$, см. рис. 9.

Разность между изображениями рис. 8 и 9 имеет следующие показатели в формате RGB: total pixels: 810000; total different pixels: 79041; max difference ($r + g + b$): 60 at (12, 42); max component difference ($r|g|b$): 31 at (10, 49). Т.е. почти черное изображение. Получается, что более грубая модель рис. 8 дает вполне приемлемое изображение. На рис. 10 приведена усиленная разность, чтобы видеть места, где максимальные несовпадения. Такое несовпадение, скорее всего, связано с тем, что для рис. 8 все лучи обрабатывались по правилам для лучей с перпендикулярной поляризацией R_{\perp} , и влияние угла Брюстера на R_{\parallel} не учитывалось, см. формулу (3).

В обоснованиях опыта Юнга [1] основное предположение, что $l \gg d$ и у обоих лучей (верхний и нижний пути) направления колебаний \mathbf{E}_{\perp} (или \mathbf{E}_{\parallel}) в P совпадают (или «почти»), поэтому применяется формула (1). Такое же предположение мы применяли и в данном опыте, хотя по разным путям направления приходящих в точку P лучей различались.

Требуется рассчитывать интерференционный член с учетом этого факта, например, как в [1]. На рис. 11 приводится рассчитанное изображение. Не очень заметно, что оно немного бледнее, чем на рис. 9. Действительно, сравнение дает: total different pixels: 54578; max difference : 8 at (102, 137); max component difference: 4 at (98, 134). Значит расстояние до экрана уже достаточно большое. В расчете следующие параметры: $M = 550 \cdot e^{-9}$; $h = 10 M$; $d = 50 M$; $a = 100 M$; сторона квадратного экрана $300 M$.

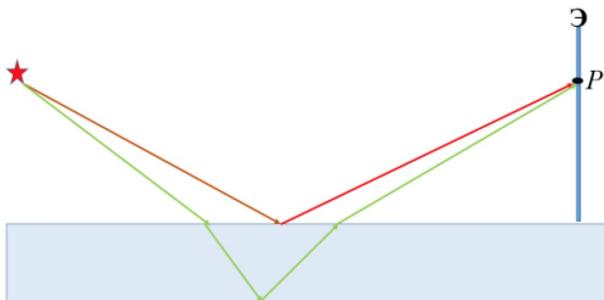


Рис. 5: Плоскопараллельная пластинка, освещенная точечным источником света.



Рис. 6: Только энергетический расчет, т.е. без учета когерентности.

6. Организация трассировки

Рассмотрим в качестве алгоритма рендера обратную рекурсивную трассировку Виттеда [7] в условиях спектрального рендеринга. Для каждой конкретной длины волны и каждого пикселя строится дерево трассировки (прямой проход), а при сборе интенсивности при обратном проходе дерева для полной физической корректности в смысле формул Френеля можно применить следующий прием, который без учета возможных оптимизаций выглядит так:

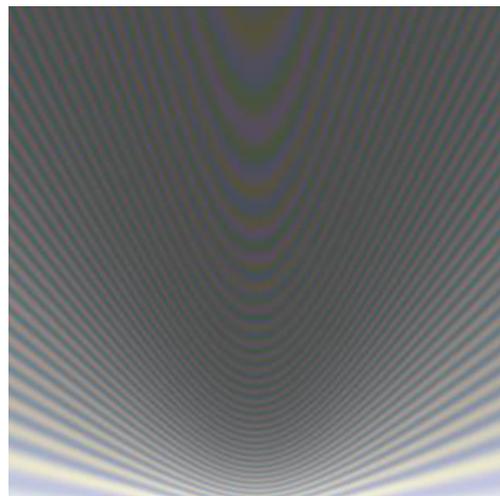


Рис. 7: Учтена когерентность и разность фаз из-за разности оптических путей, расчет по формуле (1).

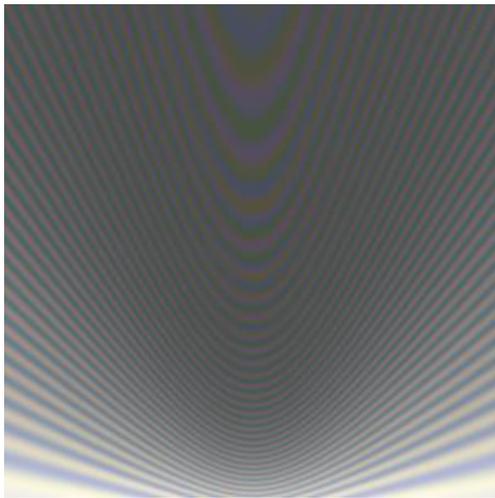


Рис. 8: Расчет по формуле (1) с учетом формулы (2).

1. При подъеме по дереву от листового узла (источник) к отцовскому узлу обратный луч раскладывается по правилу $R = R_{\perp} + R_{\parallel}$. Таким образом, на предыдущий уровень приходит уже два поляризованных луча. При этом подсчитывается фаза каждого порожденного луча.
2. При подъеме по дереву от узла k к отцовскому узлу $k - 1$ каждый обратный луч также раскладывается по правилу $R = R_{\perp} + R_{\parallel}$. Поскольку, в отличие от сцены нашего эксперимента, плоскость падения в узле может не быть параллельной плоскости падения в предыдущем узле. Таким образом, на уровень $k - 1$ приходит уже вдвое больше лучей. При этом подсчитывается фаза каждого порожденного луча.
3. В корне дерева осуществляется расчет результирующей интенсивности с учетом всех параметров пришедших лучей: интенсивности, состояния поляризации, фазы.

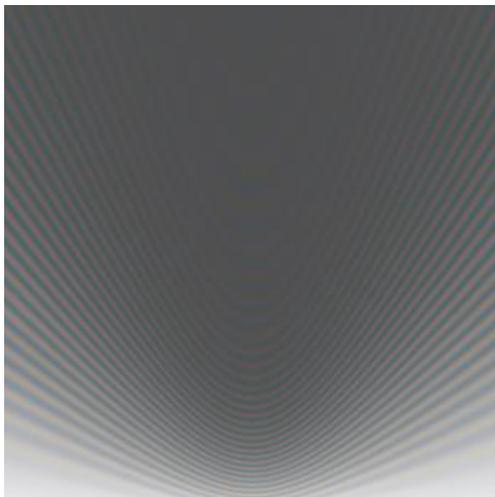


Рис. 9: Подход с представлением $R = R_{\perp} + R_{\parallel}$.

Очевидно, что в произвольной сцене нельзя надеяться на почти совпадение направлений интерферирующих лучей и необходимо делать более дорогой расчет.

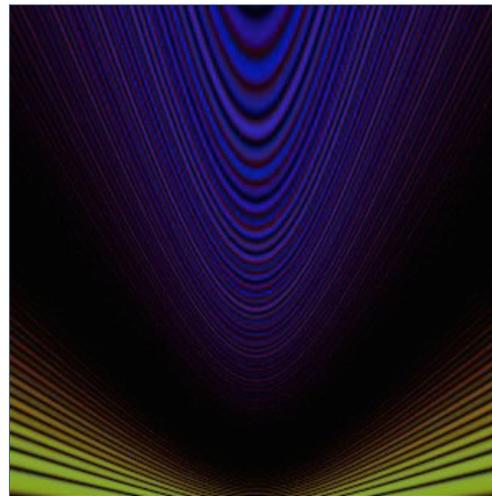


Рис. 10: Усиленная разность рис. 8 и рис. 9.

7. Заключение

Для большинства опытов (как показано на компьютерной симуляции опыта Юнга) и при моделировании оптических устройств подход без учета угла Брюстера вполне достаточен, что видно и по изображениям. Особенно, если учесть, что углы падения в основном около нуля или отражение вообще игнорируется. В наших экспериментах оказалось также, что перпендикулярная компонента дает более весомый вклад в изображение по сравнению с параллельной: на рис. 12 приведено изображение, полученное для источника, который испускает поляризованные лучи R_{\perp} с интенсивностью 0.5, а на рис. 13 – аналогичное для R_{\parallel} . На рис.13 также видно, что около угла Брюстера почти нет отражения. Можно сказать (грубо), что

$$\text{рис. 9} = \text{рис. 12} + \text{рис. 13},$$

поскольку перпендикулярные поляризации не интерферируют.

Для полноты экспериментов необходимо также учитывать, что интенсивность луча от точечного источника убывает как квадрат расстояния. В работе это опущено, поскольку основное внимание уделяется тому, как учет поляризации или правильного подсчета сдвига фазы сказывается на изображении интерференции, и, в конечном счете, пользователь может выбрать подходящий ему вариант.

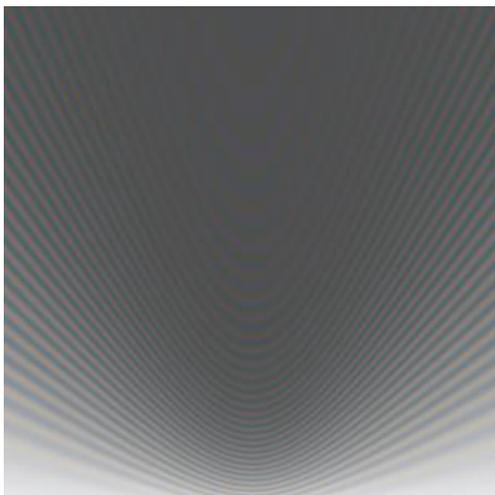
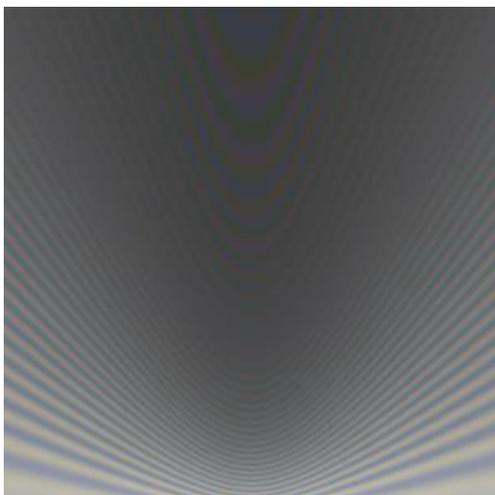
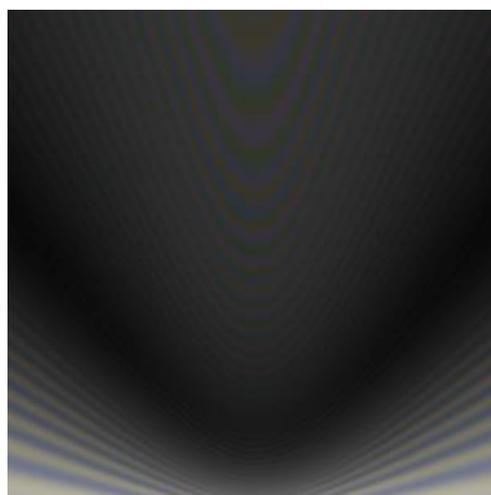


Рис. 11: Окончательное изображение.

Рис. 12: Освещение источником лучей R_{\perp} .Рис. 13: Освещение источником лучей R_{\parallel} .

- [4] Матвеев А.Н. Оптика. Москва, «Высшая школа», 1985.
- [5] Debelov V.A., Kozlov D.S. STAR: Rendering of transparent optically anisotropic objects // Proceed. of Graphicon-2013, Vladivostok, Russia, 16-20 Sept. 2013, pp.50–55.
- [6] Sun Y., Fracchia F. D., Calvert T.W., Drew M.S. Deriving Spectra from Colors and Rendering Light Interference // IEEE Computer Graphics and Applications. - 1999. - No. 4. - pp.1-8.
- [7] Whitted, T. An Improved Illumination Model for Shaded Display // Commun. ACM, Vol. 23, No. 6, 1980. P. 343-349.
- [8] Кузнецов С.И. Колебания и волны. Геометрическая и волновая оптика // Презентация <http://900igr.net/prezentatsii/fizika/Interferentsija-voln/019-Klassicheskij-interferentsionnyj-opyt-JUnga.html>

Литература

- [1] Борн М., Вольф Э. // Основы Оптики. Москва, «Наука», 1973.
- [2] Физически корректный алгоритм рендеринга анизотропных поглощающих кристаллов // Тр. 23-й Международной конференции по компьютерной графике и зрению ГрафиКон-2013, 16-20 сентября 2013, ИАиПУ ДВО РАН, ДВФУ, Владивосток, Россия, - С.191–194.
- [3] Козлов Д. Алгоритм рендеринга по методу Монте-Карло петрографических шлифов одноосных кристаллов // Тр. Школы молодых ученых. Графикон-2009. Москва.

Об авторе. Виктор Алексеевич Дебелов - доктор технических наук, ведущий научный сотрудник лаборатории численного анализа и машинной графики Института вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, он также профессор на факультете информационных технологий Новосибирского государственного университета.

About the author. Victor A. Debelov holds a position of leading researcher at Computer Graphics Lab of the Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics SB RAS. Also, he is a part time professor of Novosibirsk State University, Dept. Information Technologies.