

## Об СКО, методе $K$ -средних и деревьях в приложении к обработке изображений

М.В. Харинов  
khar@iias.spb.su

Санкт-Петербургский Институт информатики и автоматизации Российской академии наук (СПИИРАН),  
Санкт-Петербург, Россия

*В статье обсуждаются сложившиеся в обработке изображений стереотипы, которые препятствуют активному применению кластерного анализа в задачах первоначальной локализации и детектирования объектов. Рассматриваются методы получения и оптимизации по СКО иерархической последовательности кусочно-постоянных приближений изображения. Предлагается новый способ кодирования и визуализации иерархии разбиений изображения посредством «стереопары рейтинга объектов». Описываются особенности скоростных вычислений в реальном времени.*

**Ключевые слова:** среднеквадратичное отклонение, метод Уорда, метод  $K$ -средних, динамические деревья, пиксели, цветное изображение.

## On utilization of standard deviation, $K$ -means method and trees in image processing

M.V. Kharinov  
khar@iias.spb.su

St.Peterburg Institute for Informatics and Automation of the Russian Academy of Sciences (SPIIRAS),  
St.Petersburg, Russia

*The article discusses the stereotypes of image processing, which hinder the active application of cluster analysis for preliminary object localization and detection. Generating and optimizing of a hierarchical sequence of piecewise constant image approximations are considered. The methods of generating and optimizing by standard deviation of hierarchical sequence of piecewise constant image approximations are treated. A new coding and visualizing way of a hierarchy of image partitions by means of so called «object rating stereopair» is proposed. The peculiarities of high-speed computing in real-time are discussed.*

**Keywords:** standard deviation, Ward's clustering,  $K$ -means method, dynamic trees, pixels, color image.

### 1. Введение

В недавнем прошлом линейка, циркуль и арифмометр являлись рабочими инструментами практических вычислений. В расчете на применение этих инструментов был разработан метод  $K$ -средних [8], который в настоящее время с переменным успехом активно применяют для кластеризации пикселей изображения с помощью компьютера [5].

Метод сводится к *реклассификации* (перенесению) пикселей или, лучше, множеств пикселей из одного кластера в другой до тех пор, пока их средние яркостные значения не окажутся ближайшими к трехкомпонентным средним яркостям  $k$  кластеров пикселей. Декларируется, что при этом обеспечивается минимизация СКО (среднеквадратичного отклонения)  $\sigma$  или ошибки аппроксимации (суммарной квадратичной ошибки)  $E = 3N\sigma^2$  изображения из  $N$  пикселей своим кусочно-постоянным приближением средними значениями пикселей, усредненными внутри  $k$  кластеров. Утверждение о минимизации  $E$ , если не ошибочно, то, по крайней мере, не точно, т.к. не следует из условия минимизации декларируемого функционала. Если при реклассификации множеств пикселей в методе  $K$ -средних критерий максимальной близости к центру кластера заменить условием минимизации  $E$  или  $\sigma$ , то получим более сильный метод минимизации  $E$ , названный методом « $K$ -средних без средних» или  $K$ -meanless методом [3], который улучшает результаты метода  $K$ -средних без увеличения вычислительной сложности.

По поводу СКО в современных учебниках по обработке изображений часто утверждается, что оно «плохо согласуется с критерием субъективного восприятия» [6]. Однако следует иметь в виду, что это утверждение касается сравнения пары изображений, значения пикселей которых не связаны строгой зависимостью. Для сравнения изображе-

ния со своим кусочно-постоянным приближением, значения пикселей которого получают усреднением пикселей изображения, СКО  $\sigma$  или ошибка аппроксимации  $E$  является вполне адекватной оценкой при условии достаточного приближения  $E = 3N\sigma^2$  к оптимальному значению, минимально возможному при данном значении  $k$ . А неадекватная кластеризация пикселей, скорей всего, получается из-за недостаточной минимизации  $E$ :

- в устаревшей версии метода  $K$ -средних, моделирующей на компьютере применение линейки, циркуля и арифмометра;
- ограниченным рассмотрением реклассификации только одиночных пикселей;
- заданием начального разбиения  $N$  пикселей изображения на  $k$  кластеров с *заведомо большой ошибкой* аппроксимации  $E$ , превышающей некоторый установленный порог.

В докладе обсуждается аппроксимация изображения своими *квазиоптимальными приближениями*, генерируемыми с эффективной минимизацией ошибки аппроксимации  $E$  для последующей автоматической локализации, детектирования и распознавания объектов сцены.

### 2. Постановка задачи

Постановка задачи локализации и детектирования объектов сцены подобна постановке задачи вычисления на изображении «наиболее заметных областей» (salient region detection [2, 9]), которая отличается тем, что не использует априорных предположений о конкретном содержании изображения. При этом для изображения строится, так называемая, карта заметных областей, которая обычно преобразуется в черно-белую маску «объект-фон» пороговым преобразованием.

В нашей модели кластеризации пикселей изображения обобщается и развивается постановка задачи [2,9].

На выходе кластеризации поддерживается бинарная иерархия кластеров, сформированная в алгоритме итеративного слияния множеств пикселей. Выходная иерархия кластеров содержит  $N$  приближений изображения. Приближения содержат всего  $2N-1$  различных кластеров пикселей. Из них  $N$  кластеров неделимы, т.к. состоят из отдельных пикселей, а для каждого из  $N-1$  остальных кластеров поддерживается операция *разделения надвое*, при которой запоминается и, по мере необходимости, восстанавливается пара кластеров пикселей 1 и 2, слиянием которых данный кластер 3 получен:  $3 \rightarrow 1,2 : 3 = 1 \cup 2$ .

Иерархическая кластеризация пикселей, в частности, сегментация изображения, выполняется для последующей фильтрации и формирования «объектов интереса» из множества «объектов», детектируемых компьютером в виде кластеров пикселей приближений изображения. Пиксели приближения, относимые к различным кластерам, при актуальных, достаточно малых значениях числа кластеров различаются по цвету.

На этапе кластеризации пикселей, выполняемой для последующей фильтрации объектов, возникает проблема упорядочения кластеров пикселей (цветов) по некоторому признаку «заметности», «контрастности» [2,9] или, в терминологии [10], «сложности» фрагмента изображения. Фактически, требуется ввести своего рода *меру яркостной неоднородности* пикселей на участках изображения, обеспечивающую локализацию и детектирование иерархически структурированных объектов и при этом являющуюся таким же предсказуемым параметром, как число  $n$  пикселей в кластере, которое монотонно уменьшается по мере разделения данного кластера  $1 \cup 2$  на составные части 1 и 2:  $n(1 \cup 2) > n(1), n(2)$ .

### 3. Минимизация СКО

Для решения сформулированной задачи необходимо эффективно вычислять *квазиоптимальные* приближения изображения, которые аппроксимируют оптимальные приближения с установленной точностью.

Известно, что последовательность оптимальных приближений в зависимости от числа  $g$  кластеров пикселей в приближении описывается монотонно возрастающей последовательностью  $\Delta E_2 \leq \Delta E_3 \leq \dots \leq \Delta E_{N-1} \leq 0$  неположительных приращений  $E$  или *выпуклой* последовательностью самих значений  $E$ :

$$E_g \leq \frac{E_{g-1} + E_{g+1}}{2}, \quad g = 2, 3, \dots, N-1,$$

где  $g$  — число кластеров, или цветов в приближении изображения.

В общем случае последовательность оптимальных приближений не является иерархической, в чем нетрудно убедиться на примере изображения с линейным возрастанием яркости по одной из координат. Для вычисления оптимальных приближений цветового изображения с разумной вычислительной сложностью, а также для их запоминания и преобразования пока не создано эффективных алгоритмов. Поэтому в развиваемой модели квазиоптимальной кластеризации пикселей [17] решается задача аппроксимации последовательности оптимальных приближений иерархической последовательностью приближений с числом  $g$  кластеров пикселей от 1 до  $N$ . Полагается что:

1. В целевой иерархии квазиоптимальных приближений любая тройка вложенных друг в друга кластеров описывается выпуклой последовательностью трех значений ошибки аппроксимации — так же, как это имеет место

в случае неиерархической последовательности оптимальных приближений.

2. При некотором числе кластеров  $g_0$ , задаваемом в диапазоне от 2 до  $N-1$ , иерархия квазиоптимальных приближений максимально приближается по  $E$  к последовательности оптимальных приближений.

Здесь число кластеров  $g_0$  вводится как модельный параметр. Полагается, что при  $g = g_0$  изображение разделяется на *целостные* объекты, части которых не встречаются при  $g < g_0$ , а объединения не встречаются при  $g > g_0$ . Эти соображения позволяют выбрать параметр  $g_0$  для наилучшего детектирования конкретных «объектов интереса».

Формально, требования к минимизации  $E$  при аппроксимации изображения приближением с  $g_0$  кластерами пикселей выражаются тремя утверждениями 1)-3):

- 1) итеративное разделение каждого кластера надвое в зависимости от числа кластеров  $g$  описывается выпуклой последовательностью значений  $E$ ;
- 2) ошибку аппроксимации  $E$  при данном числе  $g_0$  кластеров пикселей (цветов в приближении изображения) нельзя уменьшить посредством разделения одного кластера надвое и слияния двух других кластеров;
- 3) при установленном параметре  $g = g_0$  ошибку аппроксимации  $E$  нельзя уменьшить посредством реклассификации (переноса) той или иной предусмотренной части из одного кластера в другой кластер пикселей.

Здесь условие 1) непосредственно следует из условия 1 предыдущего списка и в расчетах обеспечивается итеративной кластеризацией пикселей по методу Уорда [1,7]. Условие 2) обеспечивается применением версии *SI* (Segmentation Improvement)-метода [12] снижения ошибки аппроксимации  $E$ . Условие 3) обеспечивается минимизацией  $E$  или  $\sigma$  методом «*K*-средних без средних» [3,14].

Выполнение условий 1) и 2) обеспечивается применением оригинальной версии Уорда [7] или, в ускоренном варианте, поочередным применением *SI*-метода в сочетании с обработкой методом Уорда изображения *по частям*, т.е. по кластерам пикселей, обрабатываемым как самостоятельные изображения. При выполненных условиях 1) и 2) иерархия приближений с числом кластеров  $g$  от  $g_0$  до  $N$  методом Уорда достраивается до полной иерархии приближений с  $g$  от 1 до  $N$ , описываемой выпуклой последовательностью  $N$  значений ошибки аппроксимации  $E$ . При этом благодаря условию 2) не возникает нарушения выпуклости при  $g_0$  кластерах, и при  $g = g_0$  достигается значение ошибки аппроксимации  $E_{g_0}$ , которое не превышает определенного порога:

$$E_{g_0} \leq E_1 \left(1 - \frac{g_0}{N}\right),$$

где  $E_1$  ошибка аппроксимации изображения одинаковыми пикселями средней яркости. Таким образом гарантируется исправление грубых начальных приближений изображения. Условие 3) при выполненных условиях 1) и 2) обеспечивает дальнейшую минимизацию  $E_g$  при  $g = g_0$  кластерах.

В целом, условия 1)-3) обеспечивают аппроксимацию оптимальных приближений *квазиоптимальными*, и аппроксимацию выпуклой последовательности оптимальных значений  $E_g^{\min}$  такой же выпуклой последовательностью значений  $E_g$ , с минимизированной разницей  $E_g - E_g^{\min} \approx 0$  при  $g = g_0$  кластерах.

#### 4. Метод Уорда

Апостериори любую выпуклую последовательность  $E_{g=1}, E_{g=2}, \dots, E_{g=N}$ , можно получить укрупнением пикселей методом Уорда, в котором вначале каждый пиксель составляет самостоятельный кластер. Затем на каждом шаге сливается пара кластеров  $i, j$ , отвечающая минимальному приращению ошибки аппроксимации  $\Delta E_{merge}(i, j)$ :

$$i, j \rightarrow i \cup j: i, j = \underset{i, j=0, 2, \dots, g-1}{\operatorname{arg\,min}} \Delta E_{merge}(i, j),$$

где число кластеров снижается от  $N$  до 1, а приращение ошибки аппроксимации  $\Delta E_{merge}(i, j)$  выражается через число пикселей  $n_i, n_j$  и трехкомпонентные средние значения  $I_i, I_j$  пикселей внутри кластеров  $i, j$  в виде:

$$\Delta E_{merge}(i, j) = -\Delta E_{split}(i \cup j) = \frac{n_i n_j}{n_i + n_j} \|I_i - I_j\|^2 \geq 0,$$

где  $\Delta E_{split}(i \cup j) \leq 0$  неположительная величина приращения ошибки аппроксимации при разделении надвое кластера  $i \cup j$ .

Если каждому кластеру  $i \cup j$ , из двух и более пикселей сопоставляется падение  $|\Delta E_{split}(i \cup j)|$  ошибки аппроксимации  $E$  при его разделении надвое, т.е. на пару кластеров  $i, j$ , слиянием которых он получен, то величина  $|\Delta E_{split}(i \cup j)|$  монотонно убывает по мере деления кластеров надвое:

$$|\Delta E_{split}(i \cup j)| \geq |\Delta E_{split}(i)|, |\Delta E_{split}(j)|.$$

Поэтому величина  $|\Delta E_{split}(i \cup j)|$  может рассматриваться в качестве искомого параметра, характеризующего меру яркостной неоднородности или сложности фрагмента изображения, который составляют пиксели данного кластера  $i \cup j$ .

Рис. 1 иллюстрирует результаты обработки изображения «Лена» методом Уорда. Вместо исходного изображения в левом верхнем углу демонстрируется кусочно-постоянное приближение изображения в 16 цветах.



Рис. 1. Верхний ряд: приближение изображения в 16 цветах (слева) и пара рейтинговых представлений объектов (справа). Нижний ряд: начальные составные кластеры пикселей №1-3 (слева-направо).

Справа от изображения на рис. 1 показана стереопара полутоновых представлений изображения, которая задает кластеризацию пикселей изображения на 1, 2, ..., 16 кластеров и называется «стереопарой рейтинга объектов». В нижнем ряду демонстрируются сами кластеры изображения с номерами 1, 2, 3 при общей нумерации # составных кластеров от 0 до  $N - 2$  в порядке убывания  $|\Delta E_{split}(\#)|$ . Одна из двух «половин», на которые разделяется каждый кла-

стер, помечена узором в виде квадратной решетки. Под представлениями изображения приводится сопутствующая информация.

Кодирование иерархии кластеров пикселей в стереопаре рейтинга объектов выполняется в порядке последовательного деления кластеров надвое и сводится к записи номера итерации по координатам одной «половины» кластера в первом представлении стереопары и другой «половины» во втором представлении. При этом альтернативные

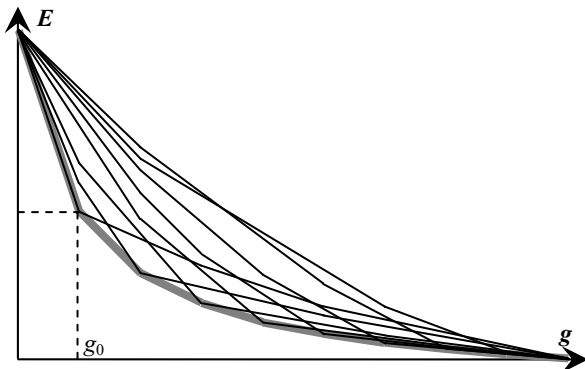
«половины» кластеров в каждом представлении стереопары сохраняют обозначения материнского кластера.

Для считывания координат пикселей минимального кластера с максимальным номером # достаточно объединить списки координат максимальной яркости для каждого представления стереопары. При этом замена максимальных значений пикселей на номера материнского кластера в каждом представлении обеспечивают редукцию стереопары рейтинга объектов и извлечение кластера с номером #-1.

Стереопара рейтинга объектов позволяет задать иерархию  $N - 1$  составных кластеров пикселей в виде двух полутоновых изображений с одинаковым числом  $N - 1$  тонов яркости. Наглядную визуализацию иерархической кластеризации рис. 1 полезно использовать при настройке локализации и детектирования объектов, например, при установлении диапазона рейтинговых номеров #, обеспечивающих проявление на изображении «объектов интереса» при достаточно малой доле случайных искажений.

### 5. Метод K-средних без средних

В силу выраженной повторяемости пар кластеров  $i, j$ , отвечающих минимальным значениям  $\Delta E_{merge}(i, j)$ , на начальных шагах слияния кластеров, результаты итеративного слияния кластеров методом Уорда зависят от выбора порядка слияния и описывается множеством переплетающихся выпуклых последовательностей значений ошибки аппроксимации  $E_{g=1}, E_{g=2}, \dots, E_{g=N}$  [11] (рис.2).



**Рис.2.** Неоднозначная аппроксимация последовательно оптимальных приближений (граничная серая кривая) выпуклыми последовательностями квазиоптимальных приближений (верхние кривые).

Выбор иерархии и отвечающей ей кривой  $E_{g=1}, E_{g=2}, \dots, E_{g=N}$ , в точке  $g = g_0$  приближающейся к кривой  $E_{g=1}^{min}, E_{g=2}^{min}, \dots, E_{g=N}^{min}$ , для оптимальных значений, обеспечивается методом K-средних без средних, в котором для иерархии частей  $j$  кластера  $i$  минимизируется (если достигается) отрицательное приращение  $\Delta E_{correct}(i, j, k)$  ошибки аппроксимации:

$$i, j, k = \arg \min_{i, j=1, 2, \dots, g_0, k=1, \dots, 2n_i-1} \Delta E_{correct}(i, j, k) < 0,$$

где приращение  $\Delta E_{correct}(i, j, k)$  ошибки аппроксимации при реклассификации  $k$ -й части кластера  $i$  в кластер  $j$  выражается в виде:

$$\Delta E_{correct}(i, j, k) = \frac{n_j n_k}{n_j + n_k} \|I_j - I_k\|^2 - \frac{n_i n_k}{n_i - n_k} \|I_i - I_k\|^2,$$

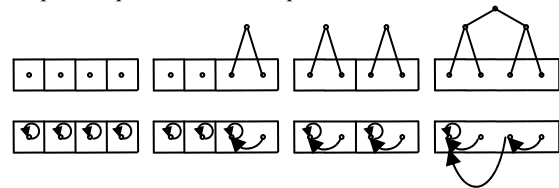
где  $n_i, n_j, n_k < n_i$  и  $I_i, I_j, I_k$  — значения числа пикселей и трехмерных средних яркостей в кластерах  $i, j, k$ , соответственно.

Выписанная формула следует из условия минимизации  $E$  или  $\sigma$ . Если в ней опустить дробные коэффициенты, учитывающие количества пикселей  $n_i, n_j, n_k$  в кластерах  $i, j, k$ , то получится критерий минимизации метода K-средних. При расчетах с помощью линейки, циркуля и арифмометра метод K-средних позволяет избежать операций с чрезмерно большими числами и трудоемкой операции извлечения квадратного корня на арифмометре. Но в приложении к кластеризации пикселей этот метод приводит к большому числу ложных решений, главным образом из-за нарушения порядка слияния/разделения кластеров, выбираемого из условия минимизации приращения ошибки аппроксимации  $\Delta E$  на каждом шаге формирования бинарной иерархии приближений изображения.

### 6. Динамические деревья

Скоростные операции с иерархически структурированными кластерами пикселей изображения поддерживаются в терминах деревьев. При этом удобней вместо традиционных деревьев, дендрограмм и пр. использовать динамические деревья Слейтора-Тарьяна [4,16]. Если в традиционной интерпретации дерева при слиянии множеств пикселей порождается новый узел, то при интерпретации по Слейтору-Тарьяну множества пикселей упорядочиваются в структуре дерева и слияние множеств пикселей описывается установлением дуги между корневыми узлами деревьев.

Рис. 3 поясняет различие в интерпретации деревьев на примере изображения из четырех пикселей.



**Рис.3.** Формирование бинарной иерархии кластеров пикселей в терминах традиционных деревьев (вверху) и динамических деревьев Слейтора-Тарьяна (внизу).

В отличие от традиционных деревьев при использовании динамических деревьев Слейтора-Тарьяна:

1. Метаданные, описывающие иерархию кластеров пикселей, и сами кластеры задаются на одном и том же множестве координат.
2. Для минимизации  $E$  или  $\sigma$  реализуется обобщенный механизм обратимых вычислений, при котором состояние вычислительной системы в любой момент времени восстанавливается не обязательно прежним, и реализуется минимизация  $E$  при обратном ходе вычислений.
3. Бинарная иерархия кластеров пикселей, описываемая бинарными традиционными деревьями, задается, вообще говоря, нерегулярными динамическими деревьями Слейтора-Тарьяна.

Динамические деревья Слейтора-Тарьяна позволяют реализовать все возможности традиционных деревьев при минимальных затратах памяти и благодаря первому из перечисленных свойств обеспечивают простейшую реализацию обратимых вычислений. В разработанной структуре данных динамические деревья (ациклические графы) строятся в нескольких видах и дополняются циклами (циклическими графами), в сочетании с которыми они образуют динамическую сеть, поддерживающую скоростное вычисление, запоминание и преобразование миллионов множеств пикселей в оперативной памяти компьютера.

### 7. Применение

Реализованный в терминах динамической сети аппарат генерации и оптимизации кусочно-постоянных приближе-

ний изображения по ошибке аппроксимации  $E$  или среднеквадратичному отклонению  $\sigma$  (СКО) обеспечивает:

1. Улучшение любой традиционной сегментации изображения, причем, как по  $E$  (или  $\sigma$ ), так и по визуальному восприятию [13].
2. Улучшение любой иерархической сегментации изображения по тем же параметрам [15].
3. Синхронное выделение объектов на двух изображениях стереопары или нескольких изображениях, снятых в различном ракурсе и совмещенных в одно изображение [11].

Правда, имеющееся в настоящее время программное обеспечение не позволяет единообразно выделять объекты на стереопарах, обрабатываемых как отдельные изображения [11]. По всей видимости, это связано с разбросом оптимизированных приближений по  $E$  (или  $\sigma$ ) при начальных значениях  $g_0$  (см. рис. 2), для которых пока программно не реализован метод  $K$ -средних без средних.

## 8. Заключение

Типичным оправданием недостаточной минимизации СКО при вычислении кусочно-постоянных приближений изображения служит утверждение об NP-полноте задачи минимизации, которое не вполне уместно при обработке цветных изображений, т.к., речь обычно идет не о точном, а о приближенном решении оптимизационной задачи. Точное решение задачи обеспечивается мультипороговым методом Оцу только для полутоновых изображений. Но и при этом требуется разбить изображение на ограниченное число 2, 3, 4 и т.д., скажем, до 10 кластеров, что вполне доступно для современных компьютеров.

Другим возражением при применении методов классического кластерного анализа в обработке изображений является аргумент, что сложность современных изображений многократно возросла и продолжает возрастать. Однако и это возражение недостаточно актуально. С ростом разрешения и возможностей цветопередачи возросло только количество пикселей в изображении. Но до тех пор, пока средства машинного зрения уступают возможностям человека, сложность изображений по количеству объектов меняется незначительно. Для того, чтобы снять проблему возрастания объема данных, достаточно решить задачу адекватного начального приближения изображения ограниченным числом, скажем, десятком или сотней тысяч сегментов с уникальными значениями средней яркости. Эту задачу несложно решить, например, применением метод Уорда по частям изображения или другими доступными методами.

Для эффективного использования мощности современных вычислительных средств обработки цифровых изображений пока не хватает адекватных моделей изображения произвольного содержания. Возможно для создания таких моделей необходимо пересмотреть некоторые стереотипы применения классических методов, что обсуждается в докладе.

## 9. Литература

- [1] Айвазян С.А., Бухштабер В.М., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д. Прикладная статистика: Классификация и снижение размерности. М.: Финансы и статистика, 1989. — 607 с.
- [2] Achanta R., Hemami S., Estrada F., Susstrunk S. Frequency-tuned salient region detection // Computer vision and pattern recognition (CVPR), IEEE conference, 2009. — Pp. 1597-1604.
- [3] Dvoenko S. D., 2014. Meaningless  $k$ -means as  $k$ -meanless clustering with the bi-partial approach. // Proc. of the 12th International Conference on Pattern Recognition and Information (PRIP'2014), Minsk, Belarus, Pp. 50–54.
- [4] Nock, R., Nielsen F, Statistical Region Merging. IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell. 2004. 26(11), — Pp. 1452–1458.
- [5] Jain A.K. Data Clustering: 50 Years Beyond K–Means // Pattern Recognition Letters, Vol. 31, No. 8, 2010. — Pp. 651-666.
- [6] Соифер В.А. (Ред.) Методы компьютерной обработки изображений. М.:Физматлит, 2001. — 784 с. — ISBN 5–9221–0180–3.
- [7] Ward J.H., Jr. Hierarchical grouping to optimize an objective function. J. Am. Stat. Assoc. 1963. Vol. 58, Issue 301,— Pp. 236-244.
- [8] Steinhaus H. Sur la division des corps materiels en parties // Bull. Acad. Polon. Sci., C1. III Vol. IV, 1956. — Pp. 801–804.
- [9] Cheng M.M., Mitra N.J., Huang X., Torr P.H., Hu S.M. Global contrast based salient region detection // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. 2015. T. 37. №. 3. — Pp. 69-582.
- [10] Чочиа П.А. Теория и методы обработки видеoinформации на основе двухмасштабной модели изображения / Дис. докт. технич. наук. М.:ИППИ РАН, 2016. 302 с.
- [11] Ханыков И.Г., Харинов М.В. Кластеризация пикселей цветного изображения методом Уорда // Компьютерная графика и зрение (Графикон'2017) / Труды 27-й международной конференции по компьютерной графике и зрению: Москва, МГУ им. М. В. Ломоносова, 24 – 28 сентября 2017 г., Пермь, — С. 232–235.  
URL: <http://graphicon.ru/html/2017/papers/pp232-235.pdf>
- [12] Харинов М.В., Ханыков И.Г. Оптимизация кусочно-постоянного приближения сегментированного изображения. // Труды СПИИРАН. 2015. Вып. 3(40). — С. 183–202. — ISSN 2078-9181 (печ.), ISSN 2078-9599 (онлайн).  
URL: <http://www.proceedings.spiiras.nw.ru/ojs/index.php/sp/article/view/3143/1804>
- [13] Khanykov, M. V. Kharinov and C. Patel Image segmentation improvement by reversible segment merging // International Conference on Soft Computing and its Engineering Applications (icSoftComp), Changa, Anand, India, IEEE Publisher, 2017, — Pp. 1-8.
- [14] Kharinov M.V. Reclassification formula that provides to surpass K–means method // arXiv preprint, arXiv:1209.6204, 28 Sep 2012. — 10 p.  
URL: <https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1209/1209.6204.pdf>
- [15] Харинов М.В. Обратимое слияние структурированных кластеров пикселей // Компьютерная графика и зрение (Графикон'2016) / Труды 26-й международной конференции по компьютерной графике и зрению: Москва, МГУ им. М. В. Ломоносова, 19 – 23 сентября 2016 г., Нижний Новгород, — С. 298–302.  
URL: [http://graphicon.ru/html/2016/papers/Pages\\_298-302.pdf](http://graphicon.ru/html/2016/papers/Pages_298-302.pdf)
- [16] Харинов М.В. Разработка динамических структур данных системы автоматизированного распознавания изображений / рук. В.В. Александров / Автореф. Дис. канд. технич. наук. — С.П. 1993. — 20с.
- [17] Харинов М. В. Модель квазиоптимальной иерархической сегментации цветного изображения // Оптический журнал. Т. 82, № 7, 2015. — С. 37-43. — ISSN 0030-4042.

## Об авторах

Михаил Харинов – к.т.н., доцент, с.н.с. лаборатории прикладной информатики СПИИРАН.  
Его адрес: [khar@iias.spb.su](mailto:khar@iias.spb.su)