

# Повышение качества изображений оптической когерентной томографии сетчатки глаза с использованием метода полной обобщённой вариации

А.В. Насонов<sup>1</sup>, И.С. Лузин<sup>1</sup>, А.А. Насонова<sup>1</sup>, А.С. Крылов<sup>1</sup>, Н.С. Семенова<sup>2</sup>, В.С. Акопян<sup>2</sup>  
kryl@cs.msu.ru

<sup>1</sup>Лаборатория математических методов обработки изображений  
Факультет вычислительной математики и кибернетики  
МГУ имени М.В.Ломоносова, Москва, Россия;

<sup>2</sup>Кафедра офтальмологии, факультет фундаментальной медицины  
МГУ имени М.В.Ломоносова, Москва, Россия.

*В работе предложен вариационный метод повышения резкости и подавления шума на трёхмерных изображениях оптической когерентной томографии сетчатки глаза. Метод основан на использовании функционала полной обобщённой вариации второго порядка в качестве стабилизатора в регуляризирующем функционале. По сравнению с обычным функционалом полной вариации, использование данного функционала позволяет устранить эффект ступенчатости. В работе также предложен численный метод минимизации регуляризирующего функционала.*

**Ключевые слова:** полная обобщённая вариация, повышение резкости, подавление шума, изображения оптической когерентной томографии.

## An enhancement of optical coherence tomography retinal images using total generalized variation

A.V. Nasonov<sup>1</sup>, I.S. Luzin<sup>1</sup>, A.A. Nasonova<sup>1</sup>, A.S. Krylov<sup>1</sup>, N.S. Semenova<sup>2</sup>, V.S. Akopyan<sup>3</sup>  
kryl@cs.msu.ru

<sup>1</sup>Laboratory of Mathematical Methods of Image Processing  
Faculty of Computational Mathematics and Cybernetics  
Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia;

<sup>2</sup>Chair of Ophthalmology, Faculty of Fundamental Medicine  
Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia.

*A variational method for deblurring and denoising of optical coherence tomography retinal images is proposed. The method is based on using second order total generalized variation as a stabilizer term in a regularization functional. Compared to simple total variation, the use of total generalized variation can suppress staircase effect. The work also proposes a numerical scheme for regularization functional minimization.*

**Keywords:** total generalized variation, deblurring, denoising, optical coherence tomography images.

### 1. Введение

Восстановление размытых и зашумлённых изображений является одной из основных обратных задач в области обработки изображений и компьютерного зрения.

Математически задача восстановления изображений ставится в виде обратной задачи нахождения исходного изображения  $v$  по известному размытому и зашумлённому изображению  $u$ :

$$u = Av + n, \quad (1)$$

где  $A$  — оператор размытия, обычно представляемый в виде операции свёртки с ядром размытия  $H$ :  $v * H$ ,  $n$  — аддитивный шум.

Задача (1) является некорректно поставленной. Для нахождения её приближённого решения высокую эффективность показали вариационные методы, представимые в виде минимизации регуляризирующего функционала:

$$v_R = \arg \min_v J(v), \quad J(v) = F(v) + \alpha R(v), \quad (2)$$

где  $F(v)$  — функционал, определяющий близость восстанавливаемого изображения к исходным данным,  $R(v)$  — стабилизатор, накладывающие дополнительные ограничения на восстанавливаемое изображение,  $\alpha$  —

регуляризирующий параметр. Функционал  $F(v)$  обычно задаётся в виде невязки

$$F(v) = \|Av - u\|^2 \quad (3)$$

с соответствующим выбором нормы  $\|\cdot\|$ . Как правило, используется обычная квадратичная норма.

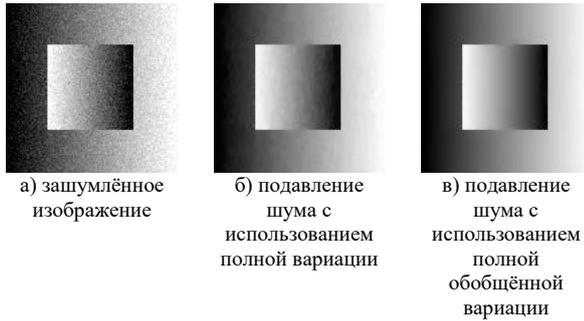
Для задач восстановления изображений высокую эффективность показало использование функционала полной вариации, предложенное в работе [1]:

$$R(v) = \|\nabla v\|_1. \quad (4)$$

Преимуществом использования данного стабилизатора является сохранение контуров, а недостатком — потеря мелких деталей и приведение изображения к кусочно-постоянному виду при большом параметре регуляризации.

Несмотря на почти 30-летнюю историю, использование полной вариации остаётся актуальным и сейчас. Полная вариация используется, например, как функция потерь при обучении свёрточных нейронных сетей [2], в ретушировании [3], в восстановлении с помощью разреженных представлений [4]. В современных методах восстановления размытых изображений, основанных на использовании свёрточных нейронных сетей, машинное обучение используется для нахождения ядра размытия, тогда как непосредственно восстановление осуществляется с помощью регуляризирующих методов.

Идея использования производных более высокого порядка была предложена с целью устранения эффекта ступенчатости, присущего методам, основанным на использовании функционала полной вариации (см. Рис. 1).



**Рис. 1.** Сравнение подавления шума с помощью обычной и обобщённой полной вариации.

Для исключения данного эффекта для решения задачи шумоподавления изображений, в работе [5] был предложен функционал со второй производной. Применение этой идеи в модифицированной форме было осуществлено в работе [6], где производная второго порядка заменена оператором Лапласа. Ещё один функционал был предложен в [7]. В работе [8] проведён анализ применения функционала полной обобщённой вариации для устранения эффекта ступенчатости. Регуляризирующие функционалы более высокого порядка для дискретного случая, непосредственно связанные с вычислениями производных второго порядка, были также рассмотрены Setzer S. and Steidl G. [9].

Значительный интерес представляет разработка методов обработки трёхмерных изображений. Подавляющее большинство существующих программных пакетов осуществляют обработку исключительно двумерных изображений. Адаптация двумерных алгоритмов к трёхмерным изображениям представляет большой теоретический и практический интерес.

В данной работе рассматривается задача подавления шума и повышения резкости трёхмерных изображений оптической когерентной томографии сетчатки глаза.

## 2. Полная обобщённая вариация

Функционал полной обобщённой вариации второго порядка представляется в виде [10]:

$$TGV_{\alpha}^2(v) = \min_w (\alpha_1 \|\nabla v - w\|_1 + \alpha_2 \|\nabla w\|_1). \quad (5)$$

Здесь минимум берётся по всему векторному полю  $w$ , а положительные веса  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  являются параметрами функционала.

### 2.1 Устранение вспомогательной переменной

Одной из проблем, связанных с использованием стабилизатора TGV (5), является разработка эффективных алгоритмов минимизации регуляризирующего функционала (2). Для упрощения процедуры минимизации, мы устраним вспомогательную переменную  $w$  и переходим к прямому вычислению вариации второй производной:

$$TGV_{\alpha}^2(v) = \alpha_1 \|\nabla v\|_1 + \alpha_2 \|\nabla(\nabla v)\|_1. \quad (6)$$

### 2.2 Вычисление модуля первой производной

Ещё одной из проблем, связанных с использованием функционалов полной вариации и полной обобщённой

вариации, является вычисление производных. Выбор способа численного дифференцирования оказывает большое внимание на результат. Например, производная в виде

$$|\nabla v|_{i,j,k} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = \sqrt{(v_{i+1,j,k} - v_{i,j,k})^2 + (v_{i,j+1,k} - v_{i,j,k})^2 + (v_{i,j,k+1} - v_{i,j,k})^2}$$

приводит к несимметричной обработке симметричных объектов, тогда как симметричная производная

$$|v|_{i,j,k} = \sqrt{\left(\frac{v_{i+1,j,k} - v_{i-1,j,k}}{2}\right)^2 + \dots + \left(\frac{v_{i,j,k+1} - v_{i,j,k-1}}{2}\right)^2}$$

не использует значение центрального пикселя  $z_{i,j,k}$ , что приводит на практике к появлению шумового паттерна в виде сетки.

Пользуясь тем, что нам важен суммарный модуль градиента, но не его компоненты, можно использовать следующее представление для модуля градиента:

$$|\nabla v|_{i,j,k} = \left[ \frac{1}{2} \left( (v_{i+1,j,k} - v_{i,j,k})^2 + (v_{i-1,j,k} - v_{i,j,k})^2 \right) + \frac{1}{2} \left( (v_{i,j+1,k} - v_{i,j,k})^2 + (v_{i,j-1,k} - v_{i,j,k})^2 \right) + \frac{1}{2} \left( (v_{i,j,k+1} - v_{i,j,k})^2 + (v_{i,j,k-1} - v_{i,j,k})^2 \right) \right]^{1/2}.$$

Использование полной вариации в таком виде вычислительно неэффективно из-за вычисления корня и операции деления при вычислении производной регуляризирующего функционала. Вычислительно более эффективным является следующий способ вычисления вариации:

$$|\nabla v|_{i,j,k} = \frac{1}{2} (|v_{i+1,j,k} - v_{i,j,k}| + |v_{i-1,j,k} - v_{i,j,k}| + \dots),$$

однако он приводит к неоднородной обработке в зависимости от направления. Для устранения этого эффекта в работе [11] было предложено использовать функционал билатеральной вариации, представляющий собой взвешенную сумму модулей производных по направлению. В трёхмерном случае данный функционал записывается в виде:

$$|\nabla v|_{i,j,k} = \sum_{x,y,z=-p}^p \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} |z_{i+x,j+y,k+z} - z_{i,j,k}|, \quad x^2 + y^2 + z^2 > 0.$$

Значение  $p$  задаёт размер окрестности, по которой вычисляются разностные производные. Обычно используются значения  $p = 1$  (выше скорость) и  $p = 2$  (выше качество). Использование значений, больших, чем 2, не приводит к дальнейшему повышению качества. Мы используем  $p = 1$  из соображений вычислительной эффективности.

### 2.3 Вычисление модуля второй производной

Вычисление модуля второй производной предлагается осуществлять аналогично первой производной:

$$|\nabla(\nabla v)|_{i,j,k} = \sum_{x,y,z=-p}^p \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} |v_{i+x,j+y,k+z} - 2v_{i,j,k} + v_{i-x,j-y,k-z}|, \quad x^2 + y^2 + z^2 > 0.$$

### 3. Метод минимизации

Мы используем метод Суцкевера-Нестерова для быстрой градиентной минимизации регуляризирующего функционала (2):

$$\begin{aligned} z^{(0)} &= 0, \quad v^{(0)} = 0 \\ g^{(k+1)} &= \nabla J(z^{(k)} + \mu v^{(k)}) \\ v^{(k+1)} &= \mu v^{(k)} - \beta^{(k+1)} g^{(k+1)} \\ z^{(k+1)} &= z^{(k)} + v^{(k+1)} \end{aligned}$$

Число итераций  $N$  и шаг  $\beta^{(k)}$  выбираются согласованно следующим образом:

$$\beta^{(k+1)} = 25 \cdot 0,01^{k/N} \cdot P / \|g^{(k+1)}\|_1,$$

где  $P$  — число пикселей (размер) изображения, а диапазон значений пикселей лежит в интервале  $[0, 255]$ .

Точность алгоритма зависит от числа итераций  $N$  и величине момента  $\mu$ . Эксперименты показали, что минимально возможное число итераций  $N$ , при которых метод выдаёт результаты, визуально неотличимые от точной минимизации, равно 30, при этом  $\mu = 0,8$ .

### 4. Выбор регуляризирующих параметров

Соотношение между весами  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  в (6) определяет баланс весов первой и второй производных. При ограничении  $\alpha_2 = 0$  функционал (6) представляет собой функционал полной вариации. При повышении  $\alpha_2$  с одновременным уменьшением  $\alpha_1$  происходит снижение эффекта ступенчатости. Начиная с некоторого момента, при больших значениях  $\alpha_2$  и малых значениях  $\alpha_1$ , добавляется эффект размытия, и качество изображения снижается.

В связи с отсутствием трёхмерных референсных изображений оптической когерентной томографии сетчатки глаза, для их генерации применялся следующий подход:

1. К двумерным референсным изображениям из базы TID [13] были применены соответствующие реальным размытие и шум из рассматриваемого класса изображений. На полученных изображениях была произведена оптимизация параметров  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ , причём оказалось, что наилучшие результаты достигаются при  $\alpha_1 \approx \alpha_2$ .

2. Предполагая, что параметры  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  остаются неизменными при постоянных характеристиках размытия и шума, двумерный регуляризирующий алгоритм был применён к изображениям оптической когерентной томографии глаза по слоям.

3. Далее проводилась оптимизация масштабирующего параметра — нормировки для коэффициентов  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  при переходе к трёхмерному алгоритму, используя полученные на предыдущем шаге изображения как референсные.

### 5. Результаты

Для тестирования предложенного алгоритма были взяты трёхмерные изображения оптической когерентной томографии сетчатки глаза из базы [12].

Сравнение проводилось между описанным в работе трёхмерным алгоритмом и применением аналогичного двумерного алгоритма по срезам.

Примеры применения рассмотренных алгоритмов приведены на Рис. 2 и Рис. 3. На изображениях видно как преимущество полной обобщённой вариации перед простой полной вариацией, так и преимущество трёхмерного алгоритма перед двумерным. Использование обобщённой полной вариации позволяет избавиться от эффекта ступенчатости, присущего использованию функционала простой полной вариации. Трёхмерный алгоритм позволяет достичь лучшего шумоподавления за счёт того, что объёмный функционал полной обобщённой вариации захватывает больше пикселей, чем двумерных.

### 6. Заключение

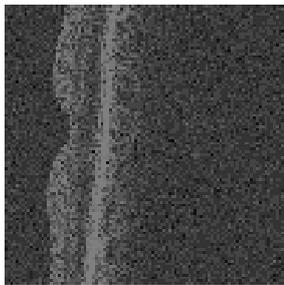
Рассмотрена задача подавления шума и повышения резкости трёхмерных изображений оптической когерентной томографии сетчатки глаза. Для решения задачи был разработан трёхмерный регуляризирующий алгоритм со стабилизатором в виде функционала полной обобщённой вариации. Предложен эффективный численный метод минимизации регуляризирующего функционала. Применение алгоритма к реальным изображениям показало его эффективность и преимущество перед применением аналогичного двумерного алгоритма по срезам.

### 7. Благодарности

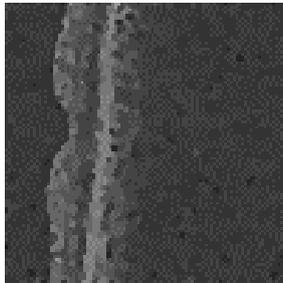
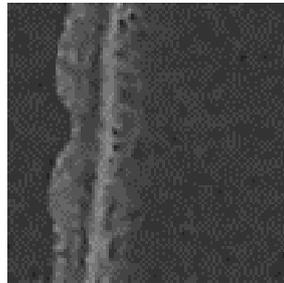
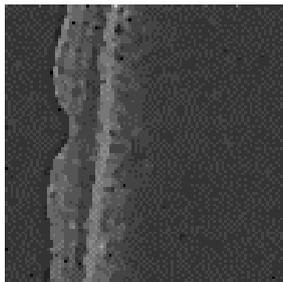
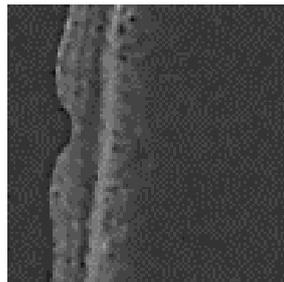
Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 15-29-03896.

### 8. Литература

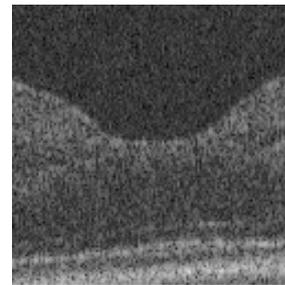
- [1] L. I. Rudin, S. Osher, and E. Fatemi, "Nonlinear total variation based noise removal algorithms" // *Physica D: nonlinear phenomena*, vol. 60, no. 1-4, pp. 259–268, 1992.
- [2] T. Wang, Z. Qin, M. Zhu, "An ELU network with total variation for image denoising" // *International Conference on Neural Information Processing*, 2017, pp. 227–237.
- [3] M. V. Afonso, J. M. R. Sanches, "Blind inpainting using 10 and total variation regularization" // *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 24, no. 7, pp. 2239–2253, 2015.
- [4] J. Liu, T.-Z. Huang, I. W. Selesnick, X.-G. Lv, P.-Y. Chen, "Image restoration using total variation with overlapping group sparsity" // *Information Sciences*, vol. 295, pp. 232–246, 2015.
- [5] Chambolle A. and Lions P.-L. "Image recovery via total variation minimization and related problems" // *Numerische Mathematik*, 1997. Vol. 76, No 2, pp. 167–188.
- [6] Chan T.F., Esedoglu S. and Park F.E. "A fourth order dual method for staircase reduction in texture extraction and image restoration problems" // *International Conference on Image Processing*, 2010, pp. 4137–4140.
- [7] Chan T.F., Marquina A. and Mulet P. "Higher order total variation-based image restoration" // *SIAM Journal on Scientific Computing*, 2000. Vol. 22, No 2. pp. 503–516.
- [8] Dal Maso G., Fonseca I., Leoni G. and Morini M. "A higher order model for image restoration: The one-dimensional case" // *SIAM Journal on Mathematical Analysis*, 2009. Vol. 40, No 6, pp. 2351–2391.
- [9] Setzer S. and Steidl G. "Variational methods with higher order derivatives in image processing" // *Approximation Theory XII*, ed. by Neamtu M. and Schumaker L.L., Nashboro Press, Brentwood, TN, 2008. pp. 360–386.
- [10] F. Knoll, K. Bredies, T. Pock, and R. Stollberger, "Second order total generalized variation (TGV) for MRI" // *Magnetic resonance in medicine*, vol. 65, no. 2, pp. 480–491, 2011.
- [11] S. Farsiu, M. D. Robinson, M. Elad, and P. Milanfar, "Fast and robust multiframe super resolution" // *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 13, no. 10, pp. 1327–1344, 2004.
- [12] M. Golabbakhsh, H. Rabbani, "Vessel-based registration of fundus and optical coherence tomography projection images of retina using a quadratic registration model" // *IET Image Processing*, 7(8), 768–776, 2013.
- [13] N. Ponomarenko, L. Jin, O. Ieremeiev, V. Lukin, K. Egiazarian, J. Astola, B. Vozel, K. Chehdi, M. Carli, F. Battisti, C.-C. Jay Kuo, "Image database TID2013: Peculiarities, results and perspectives" // *Signal Processing: Image Communication*, vol. 30, 2015, pp. 57–77.



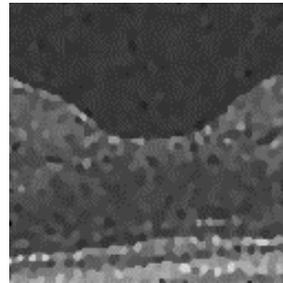
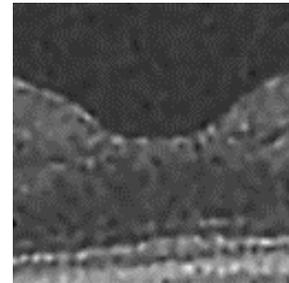
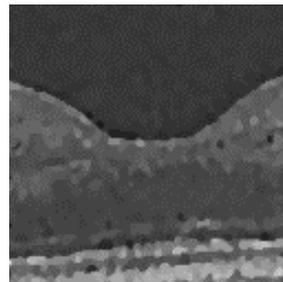
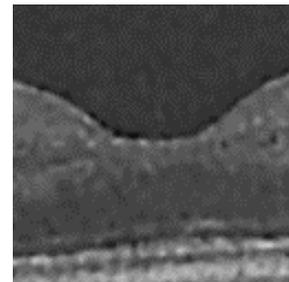
а) Фрагмент исходного изображения.

б) Результат применения двумерного алгоритма со стабилизатором в виде функционала полной вариации.  
 $\alpha = 1$ в) Результат применения двумерного алгоритма со стабилизатором в виде функционала полной обобщённой вариации.  
 $\alpha_1 = 0,5, \alpha_2 = 0,5$ г) Результат применения трёхмерного алгоритма со стабилизатором в виде функционала полной вариации.  
 $\alpha = 0,2$ д) Результат применения предложенного трёхмерного алгоритма со стабилизатором в виде функционала полной обобщённой вариации.  
 $\alpha_1 = 0,1, \alpha_2 = 0,1$ 

**Рис. 2.** Сравнение регуляризирующих алгоритмов подавления шума и повышения резкости для изображений оптической когерентной томографии сетчатки глаза. Ядро размытия — фильтр Гаусса с параметром  $\sigma = 1$ .



а) Фрагмент исходного изображения.

б) Результат применения двумерного алгоритма со стабилизатором в виде функционала полной вариации.  
 $\alpha = 1$ в) Результат применения двумерного алгоритма со стабилизатором в виде функционала полной обобщённой вариации.  
 $\alpha_1 = 0,5, \alpha_2 = 0,5$ г) Результат применения трёхмерного алгоритма со стабилизатором в виде функционала полной вариации.  
 $\alpha = 0,2$ д) Результат применения предложенного трёхмерного алгоритма со стабилизатором в виде функционала полной обобщённой вариации.  
 $\alpha_1 = 0,1, \alpha_2 = 0,1$ 

**Рис. 3.** Сравнение регуляризирующих алгоритмов подавления шума и повышения резкости для изображений оптической когерентной томографии сетчатки глаза. Ядро размытия — фильтр Гаусса с параметром  $\sigma = 1,5$ .